Zum Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge (d M W)

(vgl. auch das online-Material „Zum Umgang mit Termen, Funktionen, Variablen und Parametern“ und „Elementare Termumformungen“)

Der Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge ist kein Selbstzweck, er hat vielmehr dienende Funktion. Er folgt stets der Leitfrage: „Wie kann mit dem Einsatz das Lernen unterstützt werden?“ In diesem Sinne ist der Einsatz immer ein „möglicher Einsatz“ digitaler Mathematikwerkzeuge.

Die von Josef Leisen geprägte Kurzformel „Kompetenz = Wissen + Können + Handeln“ stellt eine eindeutige Verbindung des Handelns mit dem Wissen her. Insofern ist der Kompetenzbegriff ernst zu nehmen und ggf. um den des Wissens mathematischer Inhalte zu präzisieren, welches Schülerinnen und Schüler jederzeit parat haben müssen.

Damit Schülerinnen und Schüler nachhaltig lernen, müssen ausgewählte inhalts- und prozessbezogene Kompetenzen kontinuierlich wach gehalten werden.

Deshalb ist bei der Weiterentwicklung des Kerncurriculums der Schuljahrgänge 5 bis 10 der Sicherung dieser Kompetenzen eine prominente Rolle eingeräumt worden. Im Sinne einer Förderung der Selbständigkeit der Schülerinnen und Schüler erfolgt der Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge zielgerichtet und situationsabhängig als Werkzeug zur Unterstützung des Lernens, des Lösens und des Kontrollierens. Auch weil die technische Entwicklung rasant und in kaum vorhersagbarer Weise verläuft, muss der Umgang mit diesen Werkzeugen Eingang in den Unterricht finden.

Digitale Werkzeuge spielen in den mathematisch gestützten Wissenschaften zunehmend eine bedeutsame Rolle. Entscheidender für den Mathematikunterricht sind aber die Möglichkeiten dieser Werkzeuge,

- Inhalte varianten- und aspektreicher im Unterricht zu behandeln,
- durch Entlastung von syntaktischem Arbeiten Grundvorstellungen und Verstehensprozesse sowohl zu fördern als auch zu festigen,
- Realsituationen authentischer mathematisieren zu können.

Damit werden digitale Mathematikwerkzeuge zu Unterrichtsmedien, die individuelle Erkundungen ebenso fördern wie größere Rücksichtnahme auf unterschiedliche Lerntypen und Berücksichtigung stärker individualisierter Lernformen.

Digitale Mathematikwerkzeuge sind hilfreich, wenn es um das Variieren, Dynamisieren und Darstellen geht. Lernen wird dann damit nicht nur gestützt, sondern auch gefördert. Einsichten können durch Dynamisierung entstehen. Das ist auch im Sinne von Binnendifferenzierung der Fall. Damit besteht z. B. die Möglichkeit, eher „funktional“ denkenden Schülern Zugänge zu ermöglichen, z.B. GrenzPROZESSE, VARIABILITÄT beim Zufall durch Simulation, ParameterVARIATION mit Schiebereglern etc. … sichtbar zu machen.

Ein verständiger, produktiver und reflektierter Umgang mit einem Computer Algebra System (CAS) setzt ein grundlegendes Verständnis der benutzten Begriffe und Verfahren voraus. Ein solches Verständnis bedarf im Allgemeinen nicht der Technologie. Im Gegenteil, die beschleunigenden Effekte beim Arbeiten mit einem CAS müssen durch entschleunigende, verstehens-orientierte Erstbegegnungen kompensiert werden. Aus diesem Grund sollte ein CAS zwar verwendet, gleichzeitig die grundlegenden Begriffe und Verfahren jedoch auch technologiefrei erarbeitet werden (Term-Tabelle-Graph; geometrische Konstruktionen; erste Algebraisierungen und Termumformungen). Beim Arbeiten mit einem CAS ist stets auf eine angemessene Balance zwischen Verwendung des CAS und hilfsmittelfreiem Arbeiten zu achten. Dieses gilt auch und gerade für den solve-Befehl.

In diesem Sinne sind digitale Mathematikwerkzeuge im Mathematikunterricht ab dem 5. Schuljahrgang in altersangemessener Weise und sachadäquatem Umfang zu verwenden.

Wenn also digitale Mathematikwerkzeuge zum Erkunden und Erforschen, zur Bestätigung, zur Selbstkontrolle oder als Tutor eingesetzt werden, so dienen sie stets dazu, Verständnis zu sichern.

Schülerinnen und Schüler dürfen sich nicht nur auf das Werkzeug verlassen. Sie müssen sich auch von ihm lösen können. Dabei wird die Termumformungskompetenz durch die Termstrukturerkennungskompetenz gefördert. Eine modulare Betrachtungsweise von Termen, bei der Teilterme identifiziert werden, deren Umformung sicher gelingt, ist eine auch für spätere Klassenstufen tragfähige Strategie. Diese Strategie kann durch digitale Mathematikwerkzeuge unterstützt werden.

Schülerinnen und Schüler müssen lineare Gleichungen mit der Struktur $a \cdot x + b = c$ mit einfachen Koeffizienten im Kopf oder schriftlich lösen können. Auch so wird die Termübersicht gefördert und Grundverständnis gesichert.

Werden die Koeffizienten „unhandlich“ (weil die Sachsituation es erfordert), kann ein digitales Mathematikwerkzeug als Hilfsmittel eingesetzt werden.

Mithilfe digitaler Mathematikwerkzeuge können Parametervariationen dynamisiert werden. Mittels Schiebereglern können ihre Wirkungen beobachtet werden. Eine anschließende Beschreibung und vor allem Deutung und Erklärung sowie Vertiefung sind unerlässlich. Die Beobachtungen zum Steigungsfaktor und zum y-Achsenabschnitt bei linearen Funktionen, zu Nullstellen und Parametern in der Scheitelpunktform quadratischer Funktionen, bei Potenz- und Exponentialfunktionen sowie bei der Sinusfunktion bedürfen der Analyse und der Unterstützung durch Termkompetenzen im oben genannten doppelten Sinne.

Bei manchen Funktionen benötigt man nur zwei Zahlenpaare, um die gesamte Information über die Funktion zu gewinnen. Damit sind sowohl deren Gleichung als auch deren Graph zu rekonstruieren. Es können also wesentliche Einsichten auch ohne den Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge erreicht werden. Deren Einsatz erfolgt jeweils funktional, zielgerichtet und in der Regel reflektiert.

Die Graphikfähigkeit digitaler Mathematikwerkzeuge kann vorteilhaft sein, wenn man mit Graphen argumentieren will. Dabei spricht man auch über Kriterien zu Einstellungen des Grafik-Fensters. Gleichzeitig kann ein schlecht gewähltes Grafik-Fenster ein Motiv für eine theoretische Untersuchung der Graphen liefern. Dieses betrifft einerseits die Frage nach dem globalen Verlauf des Graphen und andererseits die Frage nach möglichen Extrempunkten.

Mit digitalen Mathematikwerkzeugen können gut funktionale Abhängigkeiten untersucht werden. Bei Funktionen mit mehreren Variablen muss aber in dem vorausgehenden Unterricht die Bedeutung der entsprechenden Schreibweisen geklärt werden.

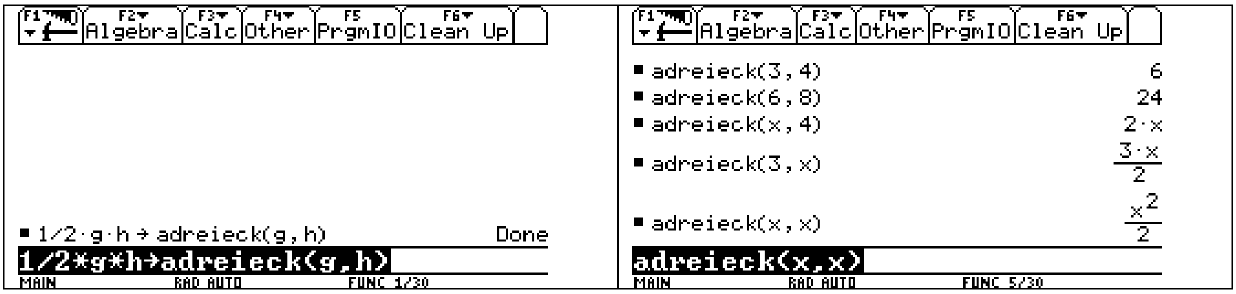
Durch die funktionale Syntax wird beim Umgang mit digitalen Mathematikwerkzeugen funktionales Denken geschult. Das muss natürlich auch stets reflektiert werden (Abhängige vs. freie Argumente, Variable vs. Parameter etc. …, was ändert sich, wenn…) – ein vertieftes Verständnis für Variabilität und funktionale Abhängigkeiten geht mit dem Umgang einher.

Dabei muss auch darüber nachgedacht werden, was das Konstanthalten der übrigen Parameter bedeutet. Ist das geklärt, kann die funktionale Abhängigkeit verständlich werden.

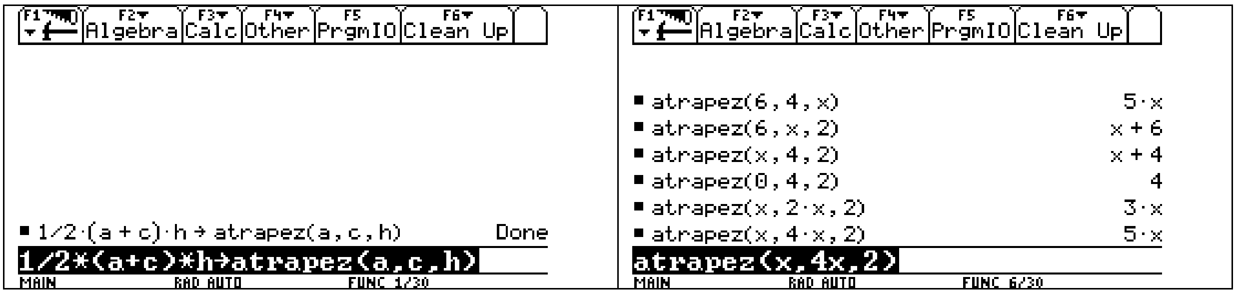
Beispiele:

Die Formel für den Flächeninhalt eines Dreiecks lautet: $A = \frac{1}{2} \cdot \text{Grundseite} \cdot \text{Höhe} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$

Im Rechner soll die Formel „adreieck“ heißen. Das Bild unten links zeigt, wie sie eingegeben wird. Im Bild rechts sind verschiedene Ausdrücke eingegeben und jeweils die Rechnerausgabe dargestellt. Hieran kann die Bedeutung der Eingaben diskutiert werden.



Mit der Formel für den Flächeninhalt eines Trapezes kann ganz ähnlich vorgegangen werden. Wieder wird nach der Bedeutung gefragt.



Im Rahmen des Unterrichts zur Stochastik kann der Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge in vielfältiger Weise erfolgen. Mit ihnen können Daten übersichtlich geordnet und dargestellt werden. Mit ihnen lassen sich auch statistische Kenngrößen einfach berechnen. Darstellungswechsel sind einfach und vielfältig möglich. Simulationen dienen dem Erkenntnisgewinn. Durch Simulation kann die „Variabilität“ von Zufall erfahren werden.

Die Tabellenkalkulation kann im Unterricht in vielen Inhaltsbereichen eingesetzt werden. Neben den Möglichkeiten zur Darstellung sind vielfältige Anwendungen im Rahmen von Simulationen und zur Modellbildung, für Berechnungen und zum Erkunden und Entdecken gegeben.

Der Einsatz des Regressionsmoduls digitaler Mathematikwerkzeuge erfolgt im Wesentlichen als Black Box im Sinne „bestmögliche Kurve“. Der mathematische Hintergrund der Regression wird nicht behandelt. Jedoch sollte die mit dem Regressionsmodul jeweils erzeugte Funktion auf ihre Tauglichkeit im Sachzusammenhang überprüft werden

Der Einsatz des Regressionsmoduls erfolgt, wenn in Modellierungszusammenhängen Wirkzusammenhänge vermutet und untersucht werden. Die gewonnenen Regressionsfunktionen können dann zur Extra- und Interpolation verwendet werden.

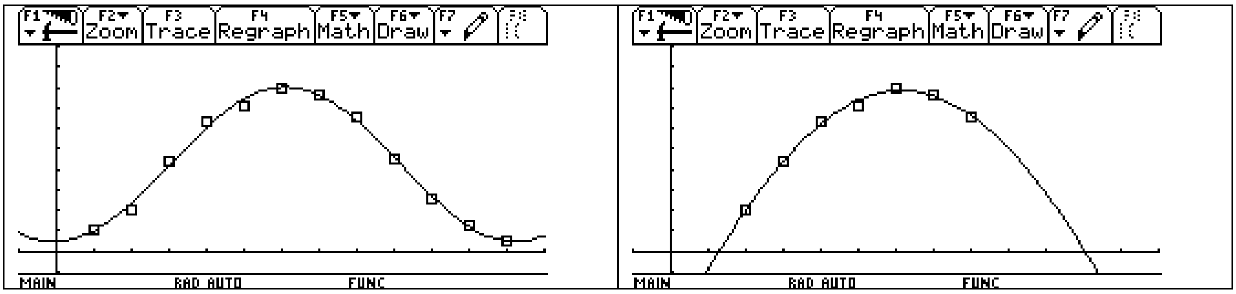
Das Finden von z. B. Ausgleichsgeraden ist eine wichtige Tätigkeit im Mathematikunterricht.

Hierbei müssen die Schülerinnen und Schüler die Erfahrung machen, dass es nicht die eine und einzige Lösung gibt, wenn man mit Daten umgeht. Es gibt viele Lösungen und man muss abwägen, welche Lösung wohl die Beste ist. Die Schülerinnen und Schüler müssen zunächst mit den eingeführten Werkzeugen Ausgleichgeraden finden (zwei ausgewählte Punkte, mittendurch nach Augenmaß, Anzahl Punkte oberhalb und unterhalb der Ausgleichsgerade gleich...). Sie finden verschiedene Ausgleichsgeraden mit unterschiedlichen

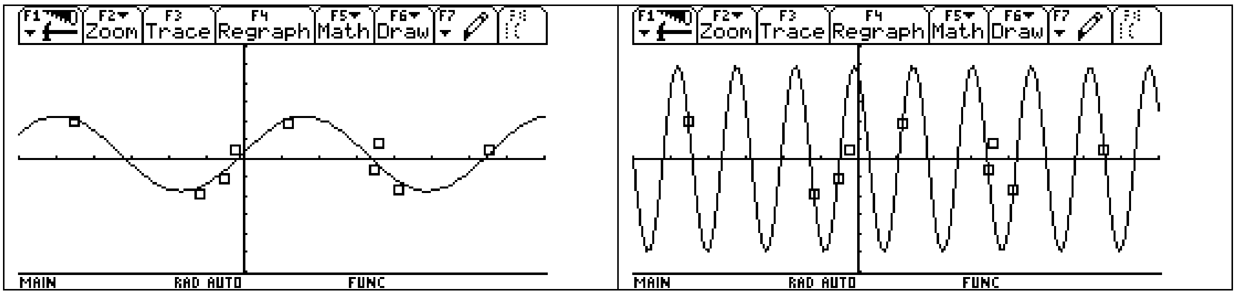
Methoden und erfahren, dass beim Modellieren unterschiedliche Lösungen richtig sein können. Und die Beurteilung, welche Gerade die Beste ist wird dann im Modellzusammenhang geklärt. In diesem Prozess spielt das Regressionsmodul nur eine untergeordnete Rolle.

Der Einsatz des Regressionsmoduls sollte reflektiert erfolgen, insbesondere bei periodischen Zusammenhängen.

In dem Bild unten links ist der Datenplot eines periodischen Vorgangs und der Graph der zugehörigen Regressionsfunktion dargestellt. Im Bild rechts fehlen aus dem Datenmaterial einige Werte. Der Graph der jetzt gefundenen Regressionsfunktion sieht ganz anders aus.



Die Bilder unten zeigen in beiden Fällen den gleichen Datenplot. Im linken Bild ist der Graph einer periodischen Funktion mit angepasster Periodenlänge und rechts einer mit nicht angepasster Periodenlänge dargestellt.



AUSZÜGE AUS DEM KERNCURRICULUM

2.4 Zum Einsatz von Medien

…
Im Mathematikunterricht werden ab dem 5. Schuljahrgang in altersangemessener Weise und sachadäquatem Umfang zunehmend digitale Mathematikwerkzeuge wie Programme zur graphischen Darstellung, Tabellenkalkulationsprogramme, Dynamische Geometriesoftware (DGS), Computer-Algebra-Systeme (CAS) und gegebenenfalls weitere Software sowie das Internet genutzt.

Die digitalen Mathematikwerkzeuge unterstützen den Aufbau von Kompetenzen, indem sie gezieltes Experimentieren und Entdecken neuer Sachverhalte ermöglichen, zu Fragen anregen und die Selbstständigkeit und Kreativität der Schülerinnen und Schüler fördern. Sie dienen sowohl der Überprüfung eigener Lösungen als auch dem Erkenntnisgewinn, zum Beispiel durch Explorieren, Experimentieren und Simulieren. Der Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge erweitert einerseits die Erfahrungsbasis und ermöglicht andererseits unterschiedliche Lösungswege durch die Anwendung von graphischen, tabellarischen, numerischen und symbolischen Methoden.

Um Kompetenzen langfristig aufzubauen, ist eine angemessene Balance zwischen hilfsmittelfreiem Arbeiten und der Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge erforderlich. Nach wie vor werden für grundlegende Verfahren wie zum Beispiel Termumformungen und Gleichungslösen hilfsmittelfreie Routinen entwickelt und durch regelmäßige Übungs- und Wiederholungsphasen gesichert.
Chancen und Grenzen digitaler Mathematikwerkzeuge bedürfen somit einer kritischen Reflexion.

Art und Leistungsumfang der digitalen Mathematikwerkzeuge, die den Schülerinnen und Schüler sowohl im Unterricht als auch bei Hausaufgaben und bei Leistungsüberprüfungen zur Verfügung stehen sollen, werden in einem gesonderten Erlass geregelt.

3 Erwartete Kompetenzen

…
Es wird nur dann explizit sowohl auf den Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge als auch auf hilfsmittelfrei zu erwerbenden Kompetenzen hingewiesen, wenn Abgrenzungen deutlich werden sollen. Fehlen diese Hinweise ist der hilfsmittelfreie Erwerb der Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten intendiert.

3.1 Prozessbezogene Kompetenzbereiche

3.1.4 Mathematische Darstellungen verwenden

am Ende von Schuljahrgang 6	zusätzlich am Ende von Schuljahrgang 8	zusätzlich am Ende von Schuljahrgang 10
Die Schülerinnen und Schüler …		
	• stellen Zuordnungen und funktionale Zusammenhänge durch Tabellen, Graphen oder Terme dar, auch unter Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge, interpretieren und nutzen solche Darstellungen.	

3.1.5 Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen

am Ende von Schuljahrgang 6	zusätzlich am Ende von Schuljahrgang 8	zusätzlich am Ende von Schuljahrgang 10
Die Schülerinnen und Schüler …		
• berechnen die Werte einfacher Terme.	• formen überschaubare Terme mit Variablen hilfsmittelfrei um. • formen Terme mit einem CAS um.	
• nutzen die Umkehrung der Grundrechenarten.	• nutzen tabellarische, graphische und algebraische Verfahren zum Lösen linearer Gleichungen sowie linearer Gleichungssysteme.	• wählen geeignete Verfahren zum Lösen von Gleichungen.
• nutzen Lineal, Geodreieck und Zirkel zur Konstruktion und Messung geometrischer Figuren.	• nutzen DGS, Tabellenkalkulation und CAS zur Darstellung und Erkundung mathematischer Zusammenhänge sowie zur Bestimmung von Ergebnissen.	

3.2.1 Zahlen und Operationen

am Ende von Schuljahrgang 6	zusätzlich am Ende von Schuljahrgang 8	zusätzlich am Ende von Schuljahrgang 10
Die Schülerinnen und Schüler …		
• rechnen schriftlich mit nicht-negativen rationalen Zahlen in alltagsrelevanten Zahlenräumen.	• führen Rechnungen, auch mit d M W, aus und bewerten die Ergebnisse.	
• nutzen Zusammenhänge zwischen den Grundrechenarten auch bei Sachproblemen.	• lösen Grundaufgaben bei proportionalen und antiproportionalen Zusammenhängen, der Prozent- und Zinsrechnung mit Dreisatz. • lösen lineare Gleichungen und Verhältnisgleichungen jeweils in einfachen Fällen hilfsmittelfrei. • lösen lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen in einfachen Fällen hilfsmittelfrei unter Verwendung des Einsetzungs- und Gleichsetzungsverfahrens.	• lösen quadratische Gleichungen vom Typ $x^2 + p \cdot x = 0$ und $x^2 + q = 0$ hilfsmittelfrei. • lösen quadratische Gleichungen vom Typ $x^2 + p \cdot x + q = 0$, $a \cdot x^2 + b \cdot x = 0$, $a \cdot x^2 + c = 0$ und $a \cdot (x - d)^2 + e = 0$ in einfachen Fällen hilfsmittelfrei.
	• lösen lineare Gleichungen mit digitalen Mathematikwerkzeugen. • lösen lineare Gleichungssysteme unter Verwendung digitaler Mathematikwerkzeugen.	• lösen Gleichungen numerisch, grafisch und unter Verwendung eines CAS.

3.2.3 Raum und Form

am Ende von Schuljahrgang 6	zusätzlich am Ende von Schuljahrgang 8	zusätzlich am Ende von Schuljahrgang 10
Die Schülerinnen und Schüler …		
• zeichnen Winkel, Strecken und Kreise, um ebene geometrische Figuren zu erstellen oder zu reproduzieren. • beschreiben Kreise als Ortslinien.	• konstruieren mit Zirkel, Geodreieck und dynamischer Geometriesoftware, um ebene geometrische Figuren zu erstellen oder zu reproduzieren. • beschreiben und erzeugen Parallelen, Mittelsenkrechten und Winkelhalbierenden als Ortslinien und nutzen deren Eigenschaften.	• beschreiben und erzeugen Parabeln als Ortslinien.

3.2.4 Funktionaler Zusammenhang

am Ende von Schuljahrgang 6	**zusätzlich am Ende von Schuljahrgang 8**	**zusätzlich am Ende von Schuljahrgang 10**
Die Schülerinnen und Schüler …		
	• nutzen proportionale und antiproportionale Zuordnungen sowie lineare Funktionen zur Beschreibung quantitativer Zusammenhänge, auch unter Verwendung d M W.	• nutzen quadratische Funktionen, Exponentialfunktionen, Sinus- und Kosinusfunktionen zur Beschreibung quantitativer Zusammenhänge, auch unter Verwendung d M W.
	• beschreiben den Zusammenhang zwischen der Lage von Graphen und der Lösbarkeit der zugehörigen linearen Gleichungen und Gleichungssysteme.	• beschreiben den Zusammenhang zwischen möglichen Nullstellen und dem Scheitelpunkt der Graphen quadratischer Funktionen einerseits und der Lösung quadratischer Gleichungen andererseits. • wechseln bei quadratischen Funktionstermen in einfachen Fällen hilfsmittelfrei zwischen allgemeiner und faktorisierter Form sowie Scheitelpunktform.
	• lösen Probleme und modellieren Sachsituationen mit proportionalen und antiproportionalen Zuordnungen bzw. linearen Funktionen auch unter Verwendung d M W.	• lösen Probleme und modellieren Sachsituationen mit Funktionen auch unter Verwendung d M W. • modellieren lineares, exponentielles und begrenztes Wachstum explizit und iterativ auch unter d M W.
	• beschreiben und begründen Auswirkungen von Parametervariationen bei linearen Funktionen, auch unter Verwendung d M W.	• beschreiben und begründen Auswirkungen von Parametervariationen bei quadratischen Funktionen, Exponentialfunktionen, Sinus- und Kosinusfunktionen, auch unter Verwendung d M W. • beschreiben und begründen die Auswirkungen der Parameter auf den Graphen für Funktionen mit $y = a \cdot f\big(b \cdot (x - c)\big) + d$.

3.2.5 Daten und Zufall

am Ende von Schuljahrgang 6	zusätzlich am Ende von Schuljahrgang 8	zusätzlich am Ende von Schuljahrgang 10
Die Schülerinnen und Schüler …		
• beschreiben und interpretieren Daten mithilfe von absoluten und relativen Häufigkeiten, arithmetischem Mittelwert, Wert(en) mit der größten Häufigkeit und Spannweite.		
	• simulieren Zufallsexperimente, auch mithilfe d M W.	

Lernbereich: Maßzahlen statistischer Erhebungen
Intentionen …
Kern …
Hinweise zum Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge Tabellenkalkulation zur Darstellung und Berechnung

Lernbereich: Wahrscheinlichkeit
Intentionen … Simulationen werden mit realen Objekten sowie mit Hilfe digitaler Mathematikwerkzeuge durchgeführt. Das Erleben der Variabilität fördert ein Verständnis für den Unterschied zwischen Wahrscheinlichkeit und relativer Häufigkeit sowie ein qualitatives Verständnis für das Gesetz der großen Zahlen.
Kern ... • eine Versuchsreihe mit vollsymmetrischen Objekten durchführen und simulieren ▪ Laplace-Wahrscheinlichkeit ▪ Wahrscheinlichkeit gegen relative Häufigkeit abgrenzen ▪ Gesetz der großen Zahlen qualitativ erfahren …
Hinweise zum Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge Einsatz zur Simulation

Lernbereich: Proportionale und antiproportionale Zusammenhänge
Intentionen …
Kern …
Hinweise zum Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge Einsatz zur Darstellung und Berechnung

Lernbereich: Längen, Flächen- und Rauminhalte und deren Terme
Intentionen … Bei der Bestimmung von Längen, Flächen- und Rauminhalten von Figuren wird das Zusammenspiel von Geometrie und Arithmetik deutlich. Die Flächen- und Rauminhalte einfacher Figuren werden durch Terme beschrieben und unter Berücksichtigung passender Einheiten berechnet. Werden dabei jeweils unterschiedliche Terme aufgestellt, wird deren Gleichheit begründet. …

Kern
• Umfang und Flächeninhalt von Dreieck, Parallelogramm, Trapez
  ▪ …
• Oberflächen- und Rauminhalt von geradem Prisma
  ▪ …

Hinweise zum Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge DGS zur Exploration und zur Bestätigung; CAS als Tutor

Lernbereich: Elementare Termumformungen
Intentionen … Grundsätzliche Strategien beim rechnerfreien Umformen von Termen werden an einfachen Beispielen verdeutlicht, dann verallgemeinert und verankert. …

Kern
• einfache Termumformungen durchführen
  ▪ …
• Summen multiplizieren
  ▪ …
• einfache lineare Gleichungen lösen
• einfache Verhältnisgleichungen lösen

Hinweise zum Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge CAS zur Kontrolle, zur Exploration oder als Tutor

Lernbereich: Entdeckungen an Dreiecken – Konstruktionen und besondere Linien
Intentionen …

Kern
• Dreiecke konstruieren
  ▪
• …
• Transversalen erkunden
  ▪ …

Hinweise zum Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge DGS zur Exploration

Lernbereich: Ein- und mehrstufige Zufallsversuche
Intentionen … Es wird darauf geachtet, dass das Bewusstsein für die Variabilität bei Zufallsversuchen erhalten bleibt: Die Schülerinnen und Schüler erfahren durch Simulationen, dass die vorhergesagten Häufigkeiten nicht punktgenau eintreffen. … Simulationen werden mit realen Objekten sowie mit Hilfe digitaler Mathematikwerkzeuge durchgeführt. Das Erleben der Variabilität fördert ein Verständnis für den Unterschied zwischen Wahrscheinlichkeit und relativer Häufigkeit sowie für das Gesetz der großen Zahlen.

Kern
• einstufige Zufallsexperimente mit bekannten Pfad-Wahrscheinlichkeiten prognostizieren, durchführen und simulieren
  ▪ …
• zwei- und mehrstufige Zufallsexperimente mit bekannten Pfad-Wahrscheinlichkeiten prognostizieren, durchführen und simulieren
  ▪ …

Hinweise zum Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge Einsatz zur Simulation

Lernbereich: Lineare Zusammenhänge

Intentionen

…Die Schülerinnen und Schüler zeichnen Graphen linearer Funktionen auch hilfsmittelfrei. …

Digitale Mathematikwerkzeuge werden angemessen zur Visualisierung, zur numerischen Lösung sowie zur linearen Regression eingesetzt. Einfache lineare Gleichungen und Gleichungssysteme lösen die Schülerinnen und Schüler - auch mit Parametern - von Hand, wobei das Einsetzungsverfahren fächerübergreifend als universelle Lösungsstrategie betrachtet wird.

Kern

- lineare Zusammenhänge identifizieren und darstellen
    - …
- lineare Funktionen und lineare Gleichungen analysieren und vergleichen
    - …
- lineare Gleichungen lösen
    - …
- lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen aufstellen und lösen
    - …

Hinweise zum Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge

CAS zum Lösen von Gleichungen und LGS; Regressionsmodul

Lernbereich: Baumdiagramme und Vierfeldertafeln

Intentionen

…

Kern

- Daten mit zwei unterschiedlichen Merkmalen darstellen und analysieren
    - …
- zweistufige Zufallsexperimente darstellen und analysieren
    - …
- unbekannte Wahrscheinlichkeiten ermitteln und interpretieren

Hinweise zum Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge

Einsatz zur Simulation

Lernbereich: Entdeckungen an rechtwinkligen Dreiecken und Ähnlichkeit

Intentionen

…

Mithilfe des Satzes des Pythagoras und der trigonometrischen Beziehungen an rechtwinkligen Dreiecken werden unbekannte Streckenlängen und Winkelgrößen sowohl bei innermathematischen Problemen als auch bei Sachproblemen bestimmt.

Das Wurzelziehen wird als Umkehroperation des Quadrierens eingeführt. …

Kern

- Ähnlichkeit beschreiben und nutzen
  -
- …
- mit Wurzeln umgehen
  - …
- trigonometrische Beziehungen identifizieren und nutzen
  - …

Hinweise zum Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge

CAS zur Lösung von Gleichungen; DGS zur Exploration

Lernbereich: Quadratische Zusammenhänge

Intentionen

… Durch Parametervariation werden die Auswirkungen der Parameter auf das Aussehen des Graphen untersucht. …

Das Wissen um diese Zusammenhänge erleichtert es, in einfachen Fällen ohne Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge zwischen faktorisierter Form und Scheitelpunktform sowie allgemeiner Form zu wechseln und quadratische Gleichungen zu lösen. … Für die Lösung quadratischer Gleichungen in nicht-einfachen Fällen stehen digitale Mathematikwerkzeuge zur Verfügung.

… Die Nutzung des Regressionsmoduls ermöglicht es, durch Daten dargestellte Zusammenhänge zu modellieren.

Die Parabel wird als Ortslinie betrachtet, um so neben der funktionalen eine weitere Deutung zu ermöglichen. …

Kern

- Quadratische Funktionen untersuchen - Parametervariation
  - …
- Quadratische Gleichungen
  - …
- quadratische Zusammenhänge modellieren
  - …
- Parabel als Ort aller Punkte, die zu einem Punkt und zu einer Geraden gleichen Abstand haben

Hinweise zum Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge:

CAS zum Lösen quadratischer Gleichungen; Regressionsmodul

Lernbereich: Kreis- und Körperberechnungen
Intentionen … Der Umfang oder der Flächeninhalt des Kreises wird durch ein geeignetes Näherungsverfahren bestimmt. … Die Formeln für das Volumen und den Oberflächeninhalt von Zylinder, Pyramide, Kegel und Kugel werden zu Berechnungen verwendet, …
Kern • Flächeninhalt und Umfang des Kreises ▪ … • Oberflächen- und Rauminhalt von Zylindern, Pyramiden und Kegeln ▪ … • Oberflächen- und Rauminhalt der Kugel schätzen und berechnen
Hinweise zum Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge: Einsatz abhängig vom gewählten Näherungsverfahren; CAS zur Lösung von Gleichungen

Lernbereich: Exponentielle Zusammenhänge
Intentionen … Die iterativ beschriebene Überlagerung aus exponentiellem und linearem Wachstum in der Form $b(n) = b(n-1) + w \cdot b(n-1) + d$ mit $w \geq -1$ bzw. $b(n) = k \cdot b(n-1) + d$ mit $k \geq 0$ führt auf vier Fälle, die in Abhängigkeit des Anfangswertes sowie der Parameter d und w bzw. k untersucht und mit Sachsituationen verknüpft werden. …
Kern • exponentielle Wachstums- und Abnahmeprozesse modellieren ▪ … • Exponentialfunktionen untersuchen - Parametervariation ▪ … • mit Potenzen rechnen ▪ .
Hinweise zum Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge Tabellenkalkulation; CAS zum Lösen von Gleichungen; Regressionsmodul

Lernbereich: Periodische Zusammenhänge
Intentionen … Das Lösen der auftretenden Gleichungen erfolgt mithilfe digitaler Mathematikwerkzeuge, wobei insbesondere auf eine angemessene Darstellung der Lösung im Hinblick auf die Periodizität der Funktion und auf die sachangemessene Wahl des Arguments geachtet wird.
Kern • Sinus- und Kosinusfunktion als periodische Funktion ▪ … • Sinusfunktion untersuchen - Parametervariation ▪ … • …
Hinweise zum Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge DGS zur Visualisierung; Regressionsmodul

Lernbereich: Näherungsverfahren als Grenzprozesse – Zahlbereichserweiterungen
Intentionen …
Kern • Gemeinsamkeiten und Unterschiede ausgewählter Grenzprozesse beschreiben ▪ … • Zahlbereichserweiterungen erläutern ▪ …
Hinweise zum Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge Einsatz abhängig vom gewählten Näherungsverfahren

Literaturhinweise:

Mathematik lehren 102 (Oktober 2003)
Mathematik lehren 137 (August 2006)
Mathematik lehren 146 (Februar 2008)

CALiMERO-Materialien

Leuders, Timo: Mathematik Didaktik, Praxishandbuch für die Sekundarstufe I und II, Berlin (Cornelsen Scriptor), 2003