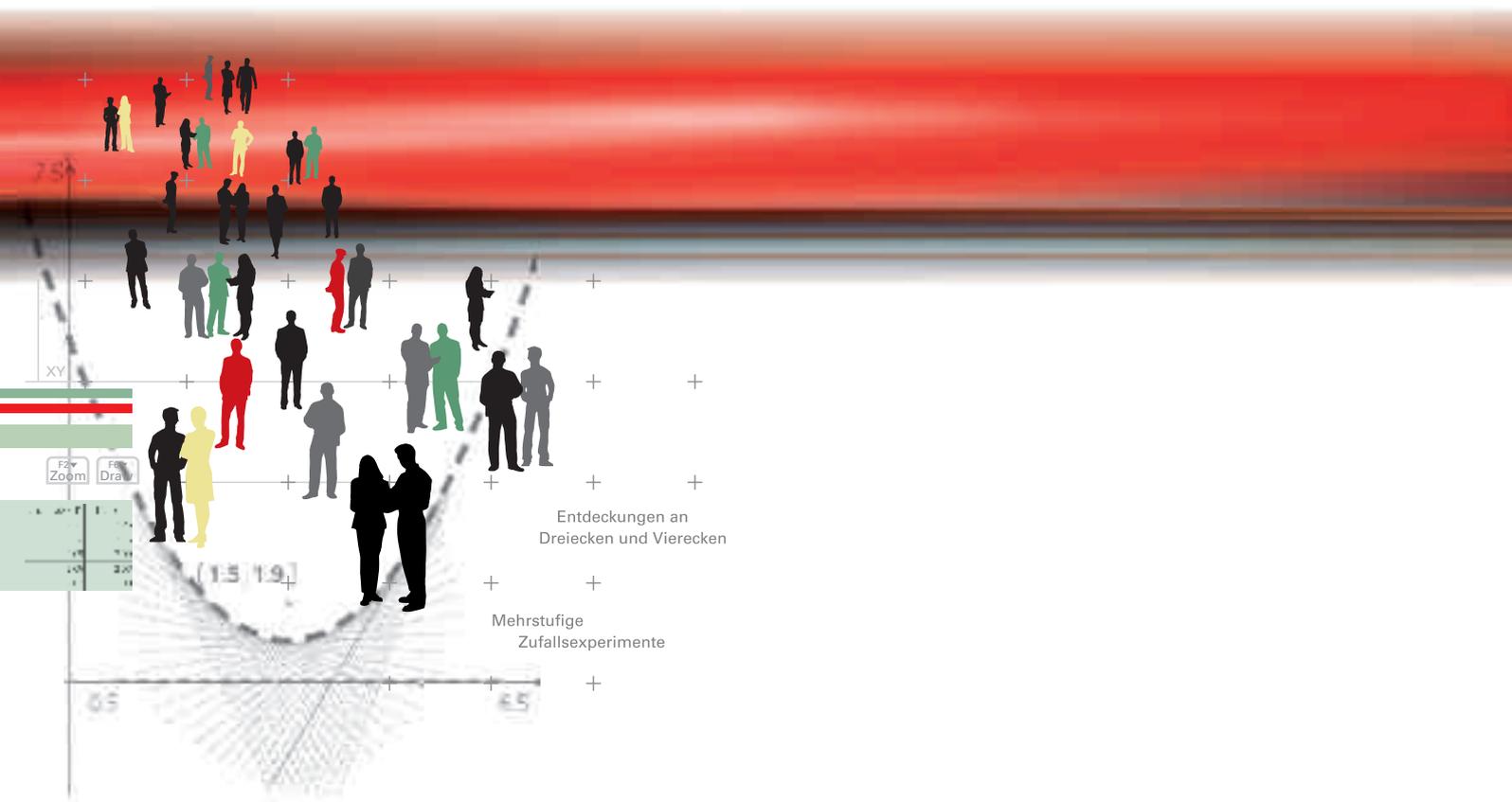


# CAIMERO

Computer-Algebra im Mathematikunterricht: Entdecken, Rechnen, Organisieren

## METHODISCHE UND DIDAKTISCHE HANDREICHUNG BAND 2

Regina Bruder, Wilhelm Weiskirch (Hrsg.)



# **CAliMERO – Computer-Algebra im Mathematikunterricht: Entdecken, Rechnen, Organisieren**

**METHODISCHE UND DIDAKTISCHE HANDREICHUNG - BAND 2**

**Regina Bruder, Wilhelm Weiskirch (Hrsg.)**

Die Materialien entstanden im Rahmen eines Schulversuches des Landes Niedersachsen mit dem Thema:  
**Computer-Algebra-Systeme im Mathematikunterricht der Jahrgänge 7-10 des Gymnasiums**  
hier: Ein Schulversuch zur Entwicklung eines Unterrichtskonzepts sowie von Materialien zum Einsatz im  
Unterricht mit wissenschaftlicher Begleitung

Die wissenschaftliche Begleitung wurde durch Frau Prof. Dr. Regina Bruder von der TU Darmstadt übernommen,  
Herr StD Wilhelm Weiskirch vom Ratsgymnasium Stadthagen koordinierte die Durchführung.

Unterstützt wurde der Schulversuch von der Firma Texas Instruments, die dem Verein n-21 angehört, durch die  
Bereitstellung der wissenschaftlichen Begleitung, die Übernahme der Veröffentlichungskosten und die Finanzierung  
von Arbeitstagungen.

## **Verlag:**

Westfälische Wilhelms-Universität Münster, Zentrum für Lehrerbildung

**© 2008 T<sup>3</sup> Deutschland**

Dieser Titel ist urheberrechtlich geschützt. Jede Nutzung in anderen als den gesetzlich zugelassenen Fällen bedarf  
der schriftlichen Einwilligung von T<sup>3</sup> Deutschland.

Alle verwendeten Marken sind Eigentum ihrer Inhaber.

## Vorwort

Liebe Kolleginnen, liebe Kollegen:

Dieses Buch ist in einem Schulversuch des Landes Niedersachsen extra zu dem Zweck entwickelt worden, um mit dem Taschencomputer (TC) ein durchgängiges Konzept für einen effektiven Unterricht zu haben. Neben neu entwickelten Aufgaben wurden auch Aufgaben aus Lehrbüchern ausgewählt, die speziell für einen Unterricht mit dem Einsatz eines TC geeignet sind.

Im Schulversuch konnte gezeigt werden, dass ein Unterricht mit diesem Aufgabenmaterial und dem Einsatz eines Taschencomputers einen Mehrwert an mathematischer Kompetenz erbringen bzw. diese wesentlich unterstützen kann. Es konnte auch gezeigt werden, dass durch den Einsatz des Taschencomputers die Kommunikation der Schüler/innen unterstützt und eine Vorgehensreflexion gefördert wurde. Von großer Bedeutung für eine erfolgreiche Arbeit mit einem Taschencomputer ist ein ganzheitliches Unterrichtskonzept, in dem darauf geachtet wird, dass neben offenen, kreativitätsfördernden Aufgaben mit Rechnerunterstützung immer wieder auch mathematisches Grundkönnen ohne Rechner gefördert und eingefordert wird.

Um den Schülerinnen und Schülern mehr Verantwortung für ihr eigenes Lernen zu übertragen, ist es sinnvoll, ihnen Gelegenheit zur Selbsteinschätzung vor einer bewerteten Leistungskontrolle zu geben. Mit den "Ich kann..."-Fragen werden die zum jeweiligen Thema wichtigsten inhaltlich gebundenen Fähigkeiten und Fertigkeiten der jeweiligen Unterrichtseinheit beschrieben.

Die Aufgabensammlungen für die einzelnen Unterrichtseinheiten sind so zusammengestellt, dass sie die in den Bildungsstandards geforderten Kompetenzen unterstützen und fördern. Zu dem Themenheft für Schülerinnen und Schüler gibt es entsprechend entwickelte Handreichungen für Sie.

Dieses zweite Themenheft hat vier Kapitel.

- 1. Entdeckungen an Dreiecken und Vierecken**
- 2. Mehrstufige Zufallsexperimente**
- 3. TC-Hilfen**
- 4. Kopfübungen - Basiswissen**

Dreiecke sind universelle Konstruktionselemente für alle geradlinig begrenzten Figuren. Bei Konstruktionsaufgaben werden die Bedingungen herausgearbeitet, die ein Dreieck festlegen. Im Wechselspiel von Konstruktionen mit Zeichengeräten und mit DGS werden Transversalensätze für Dreiecke erkundet und untersucht. Bei der Bearbeitung konkreter Problemstellungen aus der räumlichen Geometrie werden Erfahrungen über den Einfluss von Winkelgrößen auf Gestalt und Existenz von Körpern gesammelt. Die Konstruktion von Dreiecken aus Winkeln und Seiten sollten mit Zirkel und Geodreieck durchgeführt werden. Aussagen über die Existenz und die Eindeutigkeit einer Konstruktion werden in den Kongruenzsätzen für Dreiecke zusammengefasst und zur Konstruktion von ausgewählten Vierecken angewendet.

Die Konstruktion von Um- und Inkreis wird mithilfe von Ortslinieneigenschaften begründet. Konstruktionen auf der Basis von Transversaleneigenschaften werden nur exemplarisch behandelt. Bei Konstruktionsbeschreibungen wird die Möglichkeit modularer Darstellung genutzt. Beim entdeckenden Lernen sollen

heuristische Strategien wie das Spezialisieren, Erweitern und Umkehren von Problemstellungen bewusst gemacht werden.

Im zweiten Kapitel werden ausgehend von einer kurzen Wiederholung der in Klasse 6 erarbeiteten Begriffe anhand des Einstiegsbeispiels mehrstufige Zufallsexperimente untersucht. Dabei wird das Baumdiagramm als wichtige Strukturierungshilfe und als Instrument zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten eingeführt. Dabei werden die beiden Pfadregeln – Multiplikations- und Additionsregel – erarbeitet und auf unterschiedliche Anwendungsbeispiele angewandt. Auch reduzierte Baumdiagramme werden thematisiert. Urnenmodelle – mit/ohne Zurücklegen – werden als Modellierungsbeispiele genutzt.

Die „TC-Hilfen“ sind eine Sammlung der in diesem Themenheft für die Schülerinnen und Schüler neuen Rechnerfertigkeiten.

Die Arbeitsblätter der „TC-Hilfe“ lassen ein Nachschlagewerk entstehen, auf das bei Bedarf zurückgegriffen werden kann. Dieses Konzept wird während der folgenden Unterrichtseinheiten beibehalten.

Den Abschluss bilden einige sogenannte Kopfaufgaben und Aufgaben zum Basiswissen.

Vermischte Kopfübungen sind eine **rituelle Lerngelegenheit** für das Wachhalten von mathematischem Grundwissen aus früheren Themen und Klassenstufen. Sie enthalten jeweils Grundaufgaben bzw. deren Umkehrungen zu verschiedenen nicht zum aktuellen Stoff gehörenden Begriffen, Verfahren oder Zusammenhängen, die dauerhaft verfügbar sein sollen. Sie sind Teil einer Selbsteinschätzung der Lernenden mit dem Ziel, Aktivitäten zum Füllen individueller Lücken anzuregen.

In jedem Unterrichtsbaustein lernen die Schülerinnen und Schüler wichtige mathematische Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren sowie deren typische Anwendungen kennen. Diese Lerninhalte sind auch für erfolgreiches Weiterlernen von zentraler Bedeutung. Wir nennen solche Lerninhalte kurz: **Basiswissen**.

In diesem Teil finden Sie Aufgaben, die alle wichtigen Basiskompetenzen der vergangenen Jahre aus den Bereichen Zahl, Messen, Raum und Form, Funktionale Zusammenhänge sowie Daten und Zufall wiederholen. Hier finden Sie einfache Aufgaben, für den Fall, dass die Schülerinnen und Schülern wenig Erinnerung haben, aber auch komplexere Aufgaben, um zu testen, wie viel noch gekonnt wird. Die Aufgaben aus diesem Teil helfen durch regelmäßige eigenständige Arbeit die Wissenslücken wieder zu schließen, die Schülerinnen und Schüler erinnern sich an mathematische Kenntnisse und mobilisieren ihre Fertigkeiten sowie Fähigkeiten. Langfristig kann sich so eine hohe mathematische Kompetenz entwickeln und ein gutes Basiswissen entwickeln. Diese Aufgaben zum Basiswissen sind so gestaltet worden, dass sie auch gleichzeitig eine Vorbereitung auf das nächste Kapitel sind.

Die Autoren dieses Themenheftes wünschen Ihnen mit dem Taschencomputer und den Arbeitsmaterialien im Verbund mit den Handreichungen viel Erfolg!

Bergkirchen im Januar 2008

# I N H A L T S V E R Z E I C H N I S

## Entdeckungen an Dreiecken und Vierecken

	Seite
Unterrichtsverlauf .....	7
Mind Map.....	8
Kompetenzen .....	11
Hinweise zu rechner-spezifischen und rechnerfreien Fertigkeiten.....	13
1. Vorübungen (Wiederholung / Erarbeitung zum Thema Winkel / Konstruktion) .....	14
2.1. Dreiecks-konstruktionen .....	19
2.2. Kongruenz-sätze (SSS, SWS, WSW und SsW).....	20
3.1. Mittelsenkrechte und Umkreis .....	26
3.2. Winkelhalbierende und Inkreis .....	29
3.3. Seitenhalbierende und Schwerpunkt .....	32
4. Thales-satz / Umfangs- und Mittelpunktswinkelsatz [Sehnenviereckssatz (optional)].....	40
5. Wissensspeicher .....	49
6. Selbsteinschätzung .....	53
7. Klassenarbeitsaufgaben .....	54

## Mehrstufige Zufallsexperimente

	Seite
Unterrichtsverlauf .....	60
Mind Map.....	61
Kompetenzen .....	62
Hinweise zu rechnerfreien Fertigkeiten.....	62
1. Mehrstufige Zufallsexperimente .....	63
2. Wissensspeicher .....	67
3. Selbsteinschätzung .....	68
4. Klassenarbeitsaufgaben .....	69

## Training

Kopfübungen .....	70
Basiswissen.....	73

# C A I i M E R O

Computer-Algebra im Mathematikunterricht  
Entdecken, Rechnen, Organisieren



**Entdeckungen an Dreiecken und Vierecken**

**L e h r e r m a t e r i a l i e n**

**Überblick über den Unterrichtsverlauf**

Stunde		Seite
1	1. Vorübungen (Wiederholung / Erarbeitung zum Thema Winkel/Konstruktion) .....	14
2	2.1. Dreieckskonstruktionen.....	19
3 – 8	2.2. Kongruenzsätze (SSS,SWS, WSW und SsW) .....	20
9 – 11	3.1. Mittelsenkrechte und Umkreis.....	26
12 – 15	3.2. Winkelhalbierende und Inkreis.....	29
16 – 17	3.3. Seitenhalbierende und Schwerpunkt .....	32
18 – 23	4. Thalesatz / Umfangs- und Mittelpunktswinkelsatz [Sehnenviereckssatz.....	40

Dreiecke sind universelle Konstruktionselemente für alle geradlinig begrenzten Figuren. Bei Konstruktionsaufgaben sollen die Bedingungen herausgearbeitet werden, die ein Dreieck festlegen. Im Wechselspiel von Konstruktionen mit Zeichengeräten und mit DGS sollen Transversalensätze für Dreiecke erkundet und untersucht werden.

Bei der Bearbeitung konkreter Problemstellungen aus der räumlichen Geometrie sollen Erfahrungen über den Einfluss von Winkelgrößen auf Gestalt und Existenz von Körpern gesammelt werden.

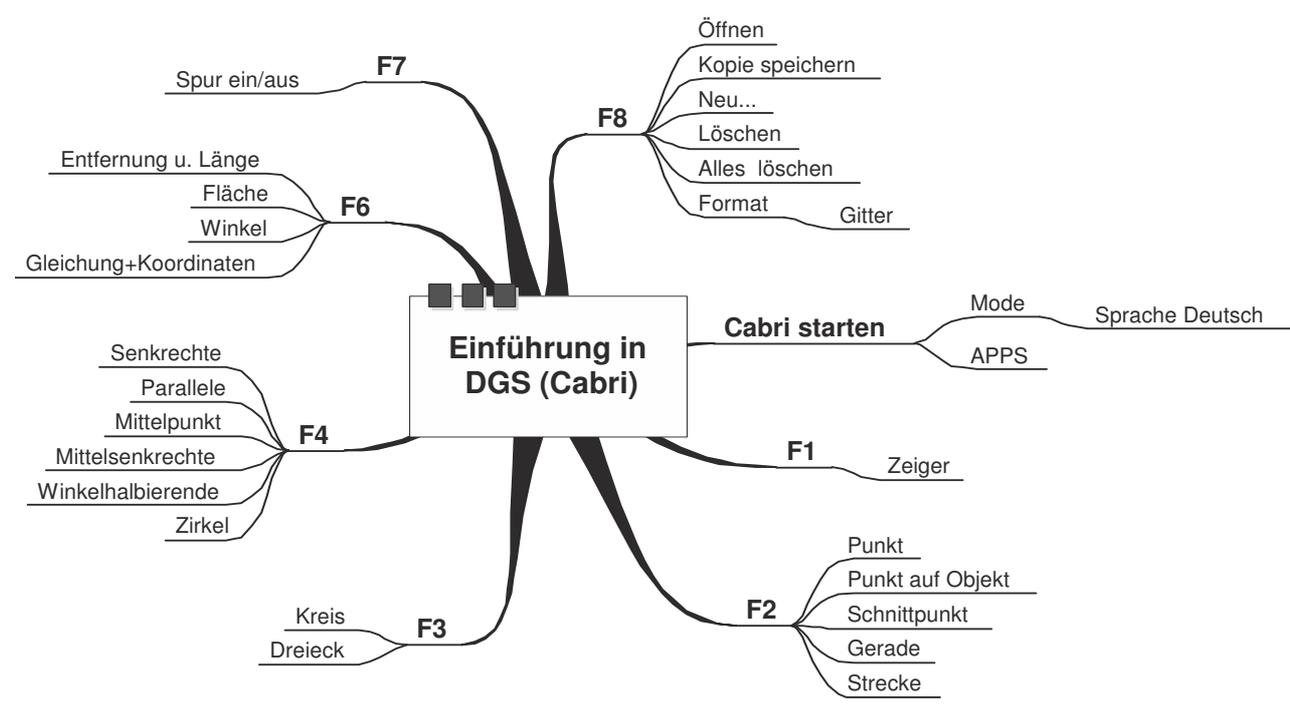
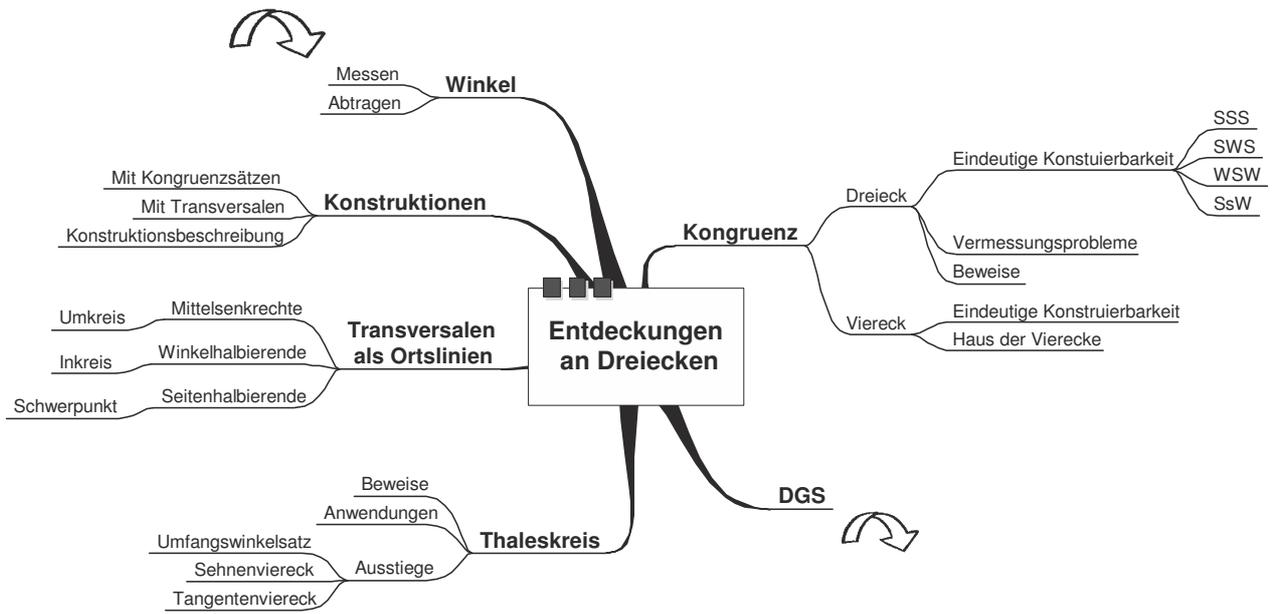
Die Konstruktion von Dreiecken aus Winkeln und Seiten soll mit Zirkel und Geodreieck durchgeführt werden. Aussagen über Existenz und Eindeutigkeit einer Konstruktion werden in den Kongruenzsätzen für Dreiecke zusammengefasst. Diese Sätze werden auch zur Konstruktion von ausgewählten Vierecken angewendet.

Die Konstruktion von Um- und Inkreis soll mithilfe von Ortslinieneigenschaften begründet werden. Konstruktionen auf der Basis von Transversaleneigenschaften sollen nur exemplarisch behandelt werden. Bei Konstruktionsbeschreibungen soll die Möglichkeit modularer Darstellung genutzt werden.

Entdeckendes Lernen wird durch offene Lernsituationen gefördert. So kann man z. B. die Schnittpunkte der Mittelsenkrechten von Dreiecken mit Zeichengeräten untersuchen; oder man erkundet die Lage des Umkreismittelpunktes mithilfe des Zugmodus. Beim entdeckenden Lernen sollen heuristische Strategien wie das Spezialisieren, Erweitern und Umkehren von Problemstellungen bewusst gemacht werden.



Mind Maps mit den Inhalten



## Zusammenarbeit PC – V200 / TI92

### Ordner auf dem TC einrichten



Im Home-Bildschirm [2nd] [VAR-LINK] aufrufen, dann [F1], [F5] anwählen. Mit [ENTER] bestätigen.



Den gewünschten Ordnernamen eingeben, mit zweimal [ENTER] bestätigen.

### Kopieren von Daten, Dateien und Programmen von einem Computer auf den TC

- 1 Klicken Sie auf der TI Connect™ Startseite auf TI DeviceExplorer.

TI DeviceExplorer zeigt den Inhalt des angeschlossenen Geräts an (Gerätefenster).

- 2 Starten Sie den Windows® Explorer. Es kann vorteilhaft sein, das Fenster des Windows Explorer und das des TI DeviceExplorer zu verkleinern. Das Übertragen von Dateien wird dadurch erleichtert.



Gehen Sie zu den Dateien, die Sie von Ihrem Computer übertragen wollen, und markieren Sie sie. Ziehen Sie die markierte(n) Datei(en) in das Gerätefenster.

- 3 Hinweise: Dadurch werden möglicherweise Dateien auf dem angeschlossenen Gerät überschrieben. Wenn der Dateiname der Anwendungsvariablen oder des zugeliferten Dateityps, der auf das Gerät übertragen wird, mit einer Ziffer beginnt und diese Datei auf dem angeschlossenen Gerät bereits vorhanden ist, fragt TI DeviceExplorer nicht, ob die vorhandene Datei ersetzt werden soll, sondern ersetzt sie ohne Hinweis.

Wenn Sie Dateien auf einen TI-92 oder einen Voyage 200 übertragen, ist es möglich, dass eine Datei, die zu diesem Zeitpunkt auf dem Gerät geöffnet ist, überschrieben wird. Stellen Sie sicher, dass Sie alle Apps und Dateien schließen, bevor eine Datei auf ein Gerät übertragen wird.

Der TI-92 hat kein Archiv. Alle Dateien, die an dieses Gerät gesendet werden, werden im RAM gespeichert.

Um eine Programmdatei in das Archiv zu übertragen, ziehen Sie sie einfach in den TI DeviceExplorer bzw. auf Flash/Archiv.

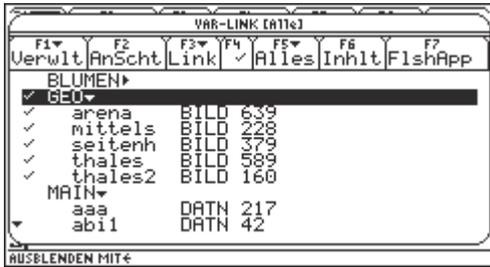
- 4 Gruppdateien

Gehen Sie im TI DeviceExplorer-Fenster zu der Gruppdatei, die Sie kopieren wollen, und wählen Sie sie aus. Ziehen Sie die markierte Gruppdatei in den Windows® Explorer und dort in das gewünschte Zielverzeichnis.



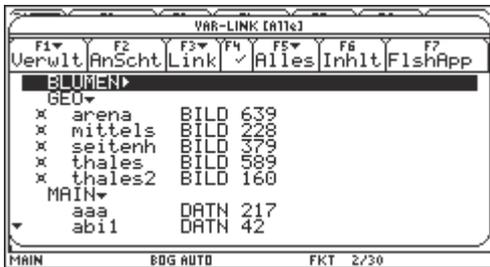
### Archivieren von Dateien auf dem TC

Es ist oft von Vorteil, wenn die ursprüngliche Datei erhalten bleibt und nicht durch Bearbeitung verändert wird. Dazu können die Dateien archiviert werden und natürlich auch wieder entarchiviert werden.



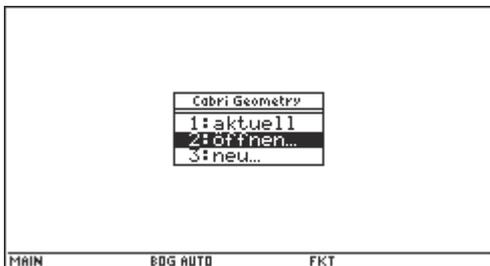
Im Home-Bildschirm [2nd] [VAR-LINK] aufrufen. Den zu archivierenden Ordner oder einzelne Dateien auswählen und mit [F4] markieren (Häkchen erscheint).

[F1], [F8] anwählen und mit [ENTER] bestätigen.



Die Markierung zeigt die gesicherten Dateien.

### Aufrufen von Dateien



Cabri Geometry anwählen, und Datei öffnen einstellen, mit [ENTER] bestätigen.



Das Verzeichnis „geo“ auswählen, bei Variable die gewünschte Datei heraussuchen.



**Prozessbezogene Kompetenzen**

Anhand dieses Unterrichtsmaterials können bei entsprechender methodischer Umsetzung folgende prozessbezogene Kompetenzen des Kerncurriculums von den Schülerinnen und Schülern schwerpunktmäßig erworben werden:

7 / 8	<p><b>Mathematisch argumentieren</b></p> <p>präzisieren Vermutungen und machen sie einer mathematischen Überprüfung zugänglich, auch unter Verwendung geeigneter Medien</p> <p>beschaffen sich notwendige Informationen für mathematische Argumentationen und bewerten diese</p> <p>erläutern mathematische Sachverhalte, Begriffe, Regeln, Verfahren und Zusammenhänge unter Zuhilfenahme formaler Darstellungen</p> <p>nutzen mathematisches Wissen für Begründungen, auch in mehrschrittigen Argumentationen</p> <p>bauen mehrschrittige Argumentationsketten auf und/oder analysieren diese</p> <p>finden Begründungen durch Zurückführen auf Bekanntes, Einführen von Hilfsgrößen oder Hilfslinien</p> <p>vergleichen und bewerten verschiedene Lösungsansätze und Lösungswege</p>	<p><b>Probleme mathematisch lösen</b></p> <p>erfassen inner- und außermathematische Problemstellungen und beschaffen die zu einer Problemlösung noch fehlenden Informationen</p> <p>wenden heuristische Strategien an: Spezialisieren und Verallgemeinern, Zerlegen in Teilprobleme, Substituieren, Variieren von Bedingungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten</p> <p>ziehen die Möglichkeit mehrerer Lösungen in Betracht und überprüfen diese</p> <p>beurteilen ihre Ergebnisse, vergleichen und bewerten Lösungswege und Problemlösestrategien</p> <p>erklären Ursachen von Fehlern</p>	<p><b>Mathematisch modellieren</b></p> <p>finden und bewerten mögliche Einflussfaktoren in Realsituationen</p> <p>wählen Modelle zur Beschreibung überschaubarer Realsituationen und begründen ihre Wahl</p> <p>interpretieren die im Modell gewonnenen Ergebnisse im Hinblick auf die Realsituation, reflektieren die Annahmen und variieren diese gegebenenfalls</p>	<p><b>Mathematische Darstellungen verwenden</b></p>	<p><b>mit symbolischen, formalen, ...</b></p> <p>nutzen den eingeführten Taschenrechner und eine Geometriesoftware zur Darstellung und Erkundung mathematischer Zusammenhänge sowie zur Bestimmung von Ergebnissen</p> <p>nutzen Lexika, Schulbücher, Printmedien und elektronische Medien zur selbstständigen Informationsbeschaffung</p>	<p><b>kommunizieren</b></p> <p>teilen ihre Überlegungen anderen verständlich mit, wobei sie zunehmend die Fachsprache benutzen</p> <p>präsentieren Lösungsansätze und Lösungswege, auch unter Verwendung geeigneter Medien</p> <p>verstehen Überlegungen von anderen zu mathematischen Inhalten, überprüfen diese auf Schlüssigkeit und gehen darauf ein</p> <p>strukturieren, interpretieren, analysieren und bewerten Daten und Informationen aus Texten und mathematischen Darstellungen</p> <p>organisieren die Arbeit im Team selbstständig</p>
-------	---	--	--	---	--	--



**Inhaltsbezogene Kompetenzen**

Mit diesem Unterrichtsmaterial werden folgende inhaltsbezogenen Kompetenzen vermittelt:

	<b>Zahlen und Operationen</b>	<b>Größen und Messen</b>	<b>Raum und Form</b>	<b>funktionaler Zusammenhang</b>	<b>Daten und Zufall</b>
7 / 8		<p>können Längen durch Konstruktion maßstabstreuere Figuren messend ermitteln</p> <p>berechnen und interpretieren zusammengesetzte Größen</p> <p>berechnen Winkelgrößen mit Hilfe des Thalesatzes</p> <p>planen Messungen in ihrer Umwelt, führen diese gezielt durch, entnehmen Maßangaben aus Quellenmaterial, führen Berechnungen durch und bewerten die Ergebnisse sowie den gewählten Weg</p>	<p>erkennen und begründen Kongruenzen</p> <p>konstruieren mit Zirkel, Geodreieck und dynamischer Geometriesoftware, um ebene geometrische Figuren zu erstellen oder zu reproduzieren</p> <p>formulieren Aussagen zur Lösbarkeit und Lösungsvielfalt bei Konstruktionen</p> <p>kennen Höhen, Mittelsenkrechten, Seitenhalbierenden und Winkelhalbierenden als besondere Linien im Dreieck</p> <p>wenden den Satz des Thales bei Konstruktionen, Berechnungen und Beweisen an</p> <p>beschreiben und erzeugen Kreis, Parallele, Mittelsenkrechte und Winkelhalbierende als Ortslinien</p> <p>wenden Eigenschaften von Ortslinien zur Lösung von Sachproblemen an</p> <p>beschreiben und begründen Symmetrie, Kongruenz, Lagebeziehungen geometrischer Objekte und nutzen diese Eigenschaften im Rahmen des Problemlösens zur Analyse von Sachzusammenhängen</p>		



### Hinweise zu rechner-spezifischen und rechner-freien Fertigkeiten

In dieser Einheit lernen die Schülerinnen und Schüler das Geometrie-Werkzeug Cabri Geometry des TC kennen. Dieses Werkzeug soll jedoch auf die Anwendung bei dynamischen Konstruktionen beschränkt bleiben. Eher statische Konstruktionen werden rechnerfrei mit „Bleistift und Papier“ durchgeführt.

### Rechnerfreie Fertigkeiten

Diese Fertigkeiten sollen in der Klassenarbeit oder in Kurztests nachgewiesen beziehungsweise abgeprüft werden (siehe Kapitel 19). Folgende rechnerfreie Fertigkeiten erscheinen uns relevant:

Die Schülerinnen und Schüler sollen:

1. Streckenlängen und Winkelgrößen nach Angaben abtragen sowie Kreise mit vorgegeben Radien zeichnen. Umgekehrt Streckenlängen, Winkelgrößen und Kreisradien messen.
2. Mittelsenkrechte, Winkelhalbierende und Seitenhalbierende mit Geodreieck zeichnen.
3. Mittelsenkrechte, Winkelhalbierende und Seitenhalbierende als Ortslinie begreifen.
4. Konstruktionen von Dreiecken und Vierecken nach Angaben durchführen.
5. Konstruktionsbeschreibungen anfertigen.

### DGS-Fertigkeiten

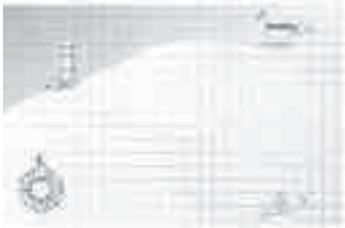
Im Umgang mit der DGS (Cabri Geometry) sollen die Schüler am Ende der Einheit über folgende Fertigkeiten verfügen:

1. Streckenlängen und Winkelgrößen nach Angaben abtragen sowie Kreise mit vorgegeben Radien zeichnen.
2. Die Befehle Mittelsenkrechte, Winkelhalbierende und Seitenhalbierende in Konstruktionen verwenden.
3. Dateien (elektronische Arbeitsblätter) in den TC laden und aufrufen.
4. Beim Konstruieren die Punktypen unterscheiden: freier Punkt, Punkt an Objekt binden und Schnittpunkt zweier Objekte.
5. Im Zugmodus Figuren verändern.
6. Beim eigenen Konstruieren auf die Zugfestigkeit der Objekte achten.
7. Im Spurmodus die Spur eines Punktes aufzeichnen.



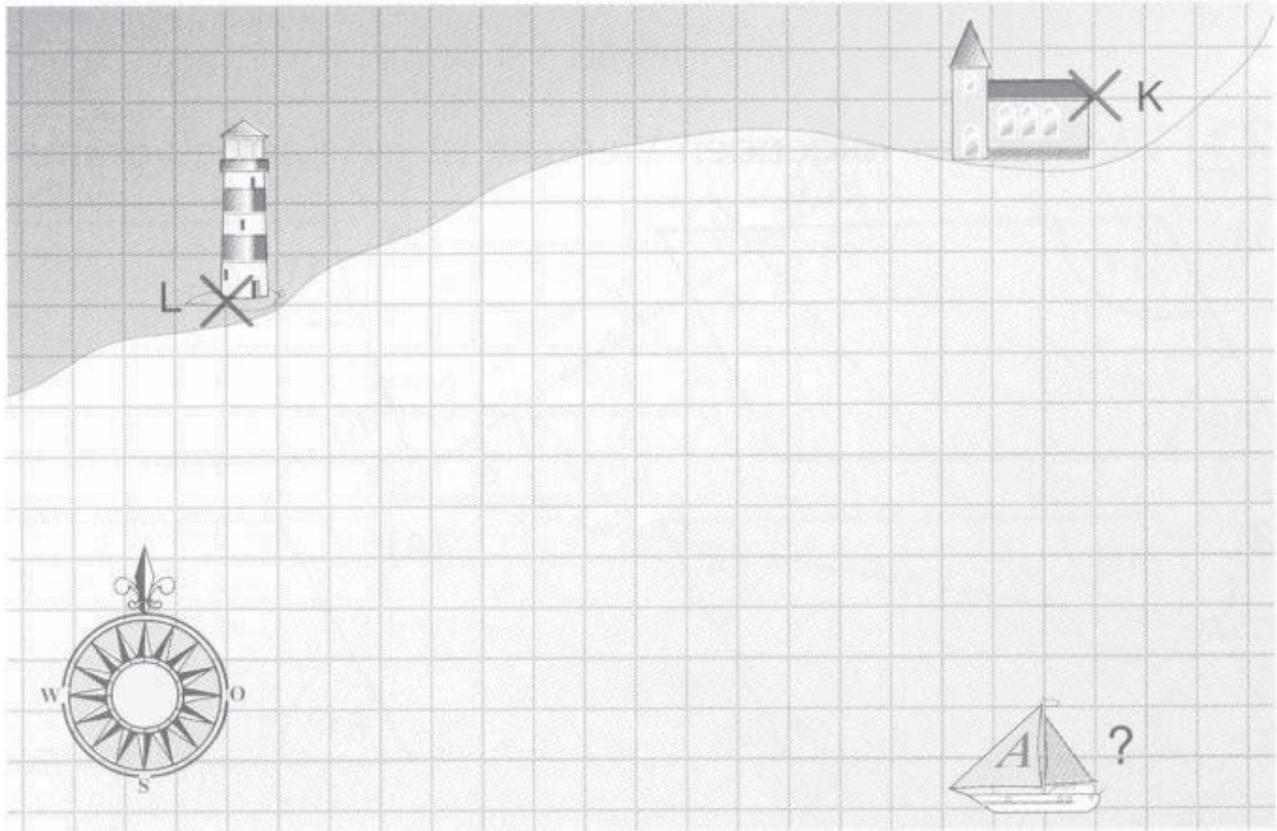
<b>Thema 1.:</b> Vorübungen	<b>Dauer:</b> 1 Std. / max. 2 Std.
Die Einstiegsphase der Unterrichtseinheit dient zur Wiederholung grundlegender geometrischer Fertigkeiten im Umgang mit dem Geodreieck, hier besonders das Messen und Abtragen von Winkeln. Daher kann diese Einheit kürzer gefasst oder ganz übersprungen werden.	
<b>Besondere Materialien/Technologie:</b> Folien 1.1.1 und 1.1.2; Arbeitsblätter 1.1.1 – 1.1.2; OHP; TC-Hilfen	

**Ablauf der Stunde 1:**

Inhalt	Medien	Kommentar
<p>Einstieg</p> <p>Als Hausaufgabe zu dieser Stunde erhalten die Lernenden den Auftrag, je einen spitzen, stumpfen und überstumpfen Winkel zu zeichnen. Die Größenangabe ist verdeckt zu notieren. Die Hausaufgabe wird verglichen, indem der Partner die gezeichneten Winkel misst.</p> <p>Weitere Übungen im Schülermaterial.</p> <p>Problemstellung</p>  <p>Wo befindet sich das Segelboot?</p> <p>Ordne das Lösungspuzzle und führe die Konstruktion durch.</p> <p>Die Schüler sollen wiederholen/lernen, Konstruktionen und Konstruktionsbeschreibungen anzufertigen.</p> <p>Weitere Übungsmöglichkeiten werden durch Folie 1.1.3 gegeben.</p>	<p>AB 1.1.1</p> <p>Folie 1.1.1</p> <p>HA</p> <p>AB 1.1.1</p> <p>F 1.1.1</p> <p>Lösungsfolie</p> <p>F 1.1.2</p>	<p>PA</p> <p>EA /PA</p> <p>UG</p>



## Wo ist das Segelboot?

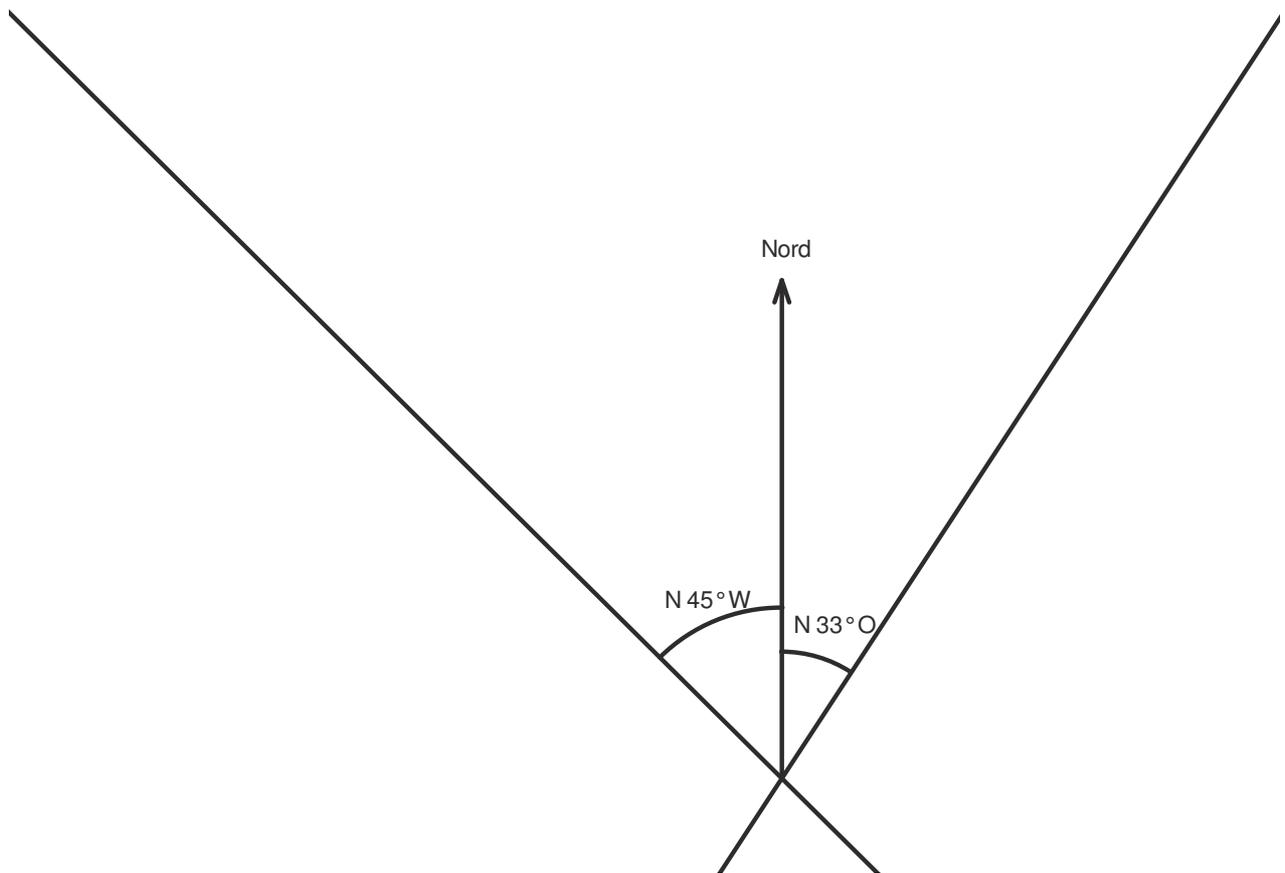


Das Winkelmessen und Winkelzeichnen nutzt man in der Seefahrt, um den Standort eines Schiffes zu bestimmen. Dabei werden Winkel immer von der Nordrichtung aus gemessen und abgetragen.

Der Schiffsführer eines Segelbootes peilt die Kirche unter einem Winkel von  $33^\circ$  von der Nordrichtung nach Osten und den Leuchtturm unter  $45^\circ$  von der Nordrichtung nach Westen.

Konstruiere in der Karte den Standort des Segelschiffes.

Folie 1.1.2 Lösungsfolie zur Segelbootaufgabe



### Konstruktionsübung mit DGS (Cabri Geometry) für den interessierten Leser

#### Konstruktion „Wo ist das Segelboot?“ vom Boot aus

In der Zeichenebene werden zwei Punkte festgelegt. [F2]: Punkt. (Mit dem Cursor  $\oplus$  in der Zeichenebene bewegen und die Position mit [ENTER] bestätigen.)

Diese Punkte symbolisieren den Leuchtturm und die Kirche. Die Lage dieser Punkte sollte derjenigen auf dem Arbeitsblatt ähnlich sein.

Irgendwo in der Zeichenebene wird ein Punkt festgelegt. [F2]: Punkt. (Mit dem Cursor  $\oplus$  in der Zeichenebene bewegen und die Position mit [ENTER] bestätigen.)

Dieser Punkt symbolisiert die angenommene Position des Segelboots. Eine Benennung des Punktes gelingt mit [F7]: Label, ein Verschieben der Beschriftung ist möglich: „“

Eine Gerade, welche senkrecht nach oben zeigt, wird durch den Segelboot-Punkt gezeichnet. [F2]: Line. (Mit dem Cursor  $\oplus$  auf den Segelboot-Punkt bewegen, mit [ENTER] bestätigen und mit dem Cursor  $\oplus$  in der Zeichenebene eine Gerade aufziehen, mit [ENTER] bestätigen.)

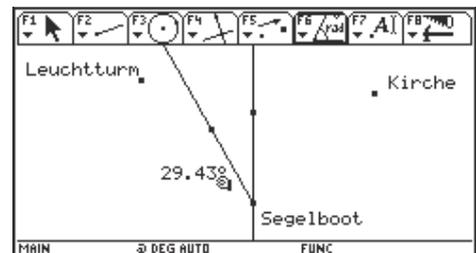
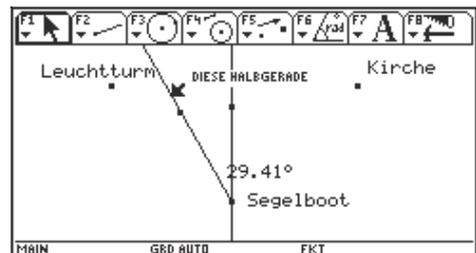
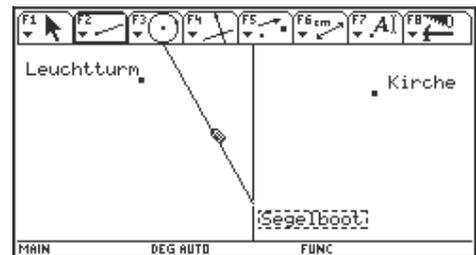
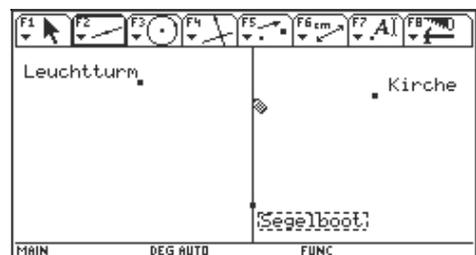
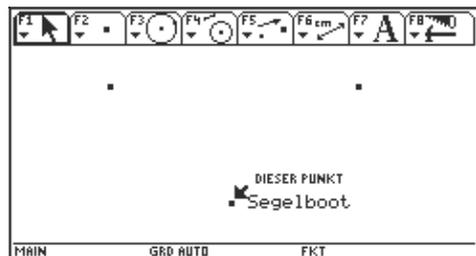
Diese Gerade beschreibt die Nordrichtung.

Es wird ein Strahl gezeichnet. [F2]: Strahl. Der Strahl beginnt am Segelboot und verläuft durch einen weiteren Punkt in Richtung „Nordwesten“.

Dieser Strahl beschreibt den Seewinkel. Die Winkelgröße muss jedoch noch angepasst werden.

Der Winkel zwischen der Geraden und dem Strahl wird gemessen. [F6]: Winkel. Dazu werden nacheinander die Gerade, der Schnittpunkt und der Strahl angeklickt.

Die Anzeige des Winkelmaßes kann mit der „“ angefasst und (bei gedrückter „“) mit den Cursortasten verschoben werden. (Zunächst [F1]: Zeiger wählen.)



Der Winkel wird auf die richtige Größe gebracht. Dazu wird der Cursor auf den Strahl bewegt. Mit der „“ wird der Strahl angefasst und kann bei gedrückter „“ mit den Cursortasten bewegt werden.

Dabei ändert sich das angezeigte Winkelmaß.

Der Strahl wird so bewegt, dass sich (ungefähr) das gewünschte Winkelmaß einstellt.

Es wird ein Strahl gezeichnet. **[F2]**: Strahl. Der Strahl beginnt bei dem Segelboot und verläuft durch einen weiteren Punkt in Richtung „Nordosten“.

Dieser Strahl beschreibt den Seewinkel. Die Winkelgröße muss jedoch noch angepasst werden.

Der Winkel zwischen der Geraden und dem Strahl wird gemessen. **[F6]**: Winkel. Dazu werden nacheinander die Gerade, der Schnittpunkt und der Strahl angeklickt.

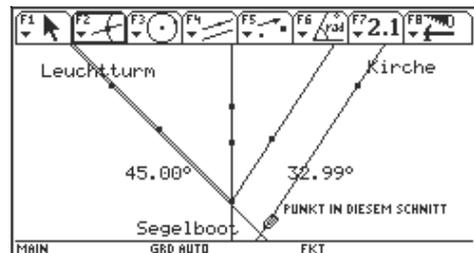
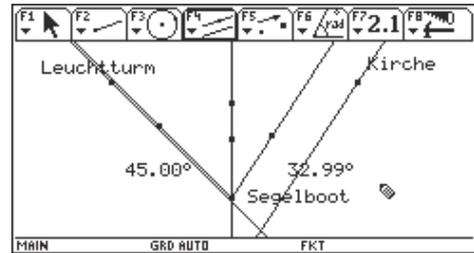
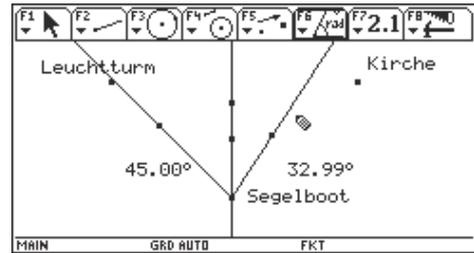
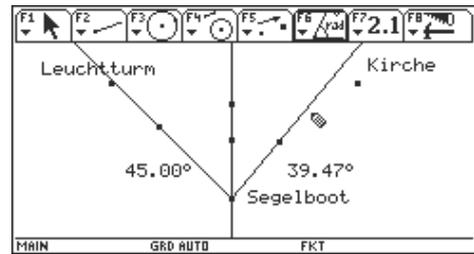
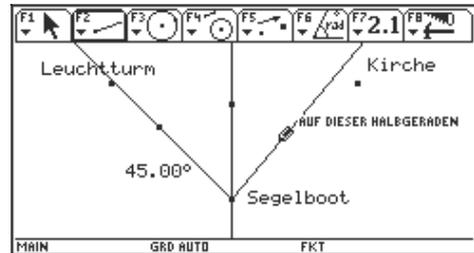
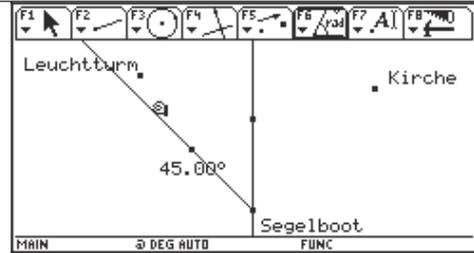
Der Winkel wird auf die richtige Größe gebracht. Dazu wird der Cursor auf den Strahl bewegt. Mit der „“ wird der Strahl angefasst und kann bei gedrückter „“ mit den Cursortasten bewegt werden.

Dabei ändert sich das angezeigte Winkelmaß.

Der Strahl wird so bewegt, dass sich (ungefähr) das gewünschte Winkelmaß einstellt.

Parallelen zu den Strahlen durch den Leuchtturm bzw. durch die Kirche werden gezeichnet. **[F4]**: Parallele. (Mit dem Cursor  in der Zeichenebene bewegen, auf den Bezugsstrahl gehen, mit **[ENTER]** bestätigen und auf den Bezugspunkt gehen, mit **[ENTER]** bestätigen.)

Der Schnittpunkt der Parallelen liefert die wirkliche Position des Segelbootes. **[F2]**: Schnittpunkt



<b>Thema 2.1.:</b> Dreieckskonstruktionen	<b>Dauer:</b> 1 Stunde
Die Schüler sollen zu einem gegebenen Dreieck aus unterschiedlichen Angaben ein dazu kongruentes Dreieck konstruieren. Die Wahl unterschiedlicher Beispiele durch die Schüler soll dazu dienen, die Grundlage für eine spätere Systematisierung zu legen. Das Wort „Klon“ wurde gewählt als umgangssprachlich bildhafter Ersatz für den mathematischen Begriff „kongruent“, der an dieser Stelle noch nicht problematisiert werden soll.	
<b>Besondere Materialien/Technologie:</b> LM Folie 2.1.1 OHP	

**Ablauf der Stunde 1: Klonen von Dreiecken**

Inhalt	Medien	Kommentar
Eine vorgefertigte Dreiecksschablone wird präsentiert (evtl. auf Folie, Material F 2.1.1) <i>Aufgabe:</i> Welche Möglichkeiten gibt es, Klone von diesem Dreieck herzustellen? Welche Informationen braucht ihr?	Folie 2.1.1 OHP	Sammlung verschiedener Möglichkeiten. Optional messen S an der Folie bzw. L gibt die Größen vor.
Nach den einzelnen Vorschlägen Dreiecke konstruieren und fertige Dreiecke an Hand der Schablone kontrollieren.		PA
Hausaufgabe Konstruktion beenden und auf DIN A5 Karton eine Planfigur mit eindeutiger Bezeichnung und Markierung der gegebenen Größen erstellen.		



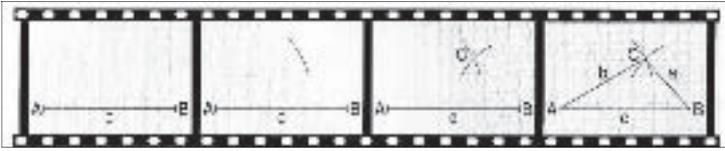
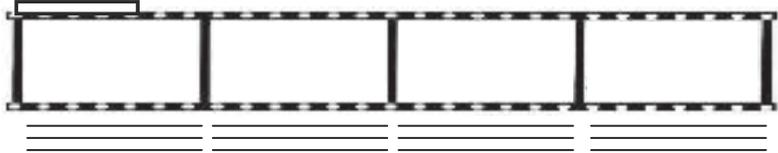
<b>Thema 2.2.:</b> Kongruenzsätze	<b>Dauer:</b> ca. 6 Stunden
<p>Nach der Vorsortierung der erstellten Planfiguren nach dem Kriterium der gelungenen Lösung und der Problematisierung aufgetretener Schwierigkeiten werden die Planfiguren nach Art und Lage der gegebenen Größen sortiert. Dabei sollen den eindeutigen Ergebnissen („SSS“, „WSW/SWW“ genügt, „WWW“ genügt nicht, „bei vier oder mehr Angaben ist mindestens eine überflüssig“) das Problem gegenübergestellt werden, das sich ergibt, wenn zwei Seiten und ein Winkel gegeben sind. Spätestens bei der Vorstellung eines Konstruktionsweges wird deutlich, dass der Fall „SWS“ eindeutig ist. Die Weiterarbeit am Fall „SSW“ wird zunächst zurückgestellt (1.3), um die verschiedenen Zwischenergebnisse sammeln und sichern zu können.</p>	
<p><b>Besondere Materialien/Technologie:</b></p> <p>LM F 2.2.1 F 2.2.2</p> <p>Befestigungsmaterial</p> <p>OHP-Display</p> <p>SM AB 2.2.1 bis 2.2.7</p> <p>Pappe</p> <p>Zirkel</p> <p>DGS (Cabri Geometry)</p>	

### Ablauf der Stunde1: Konstruktionsbedingungen SSS, SWS und WSW

Inhalt	Medien	Kommentar
<p>Sammeln und Sortieren der mitgebrachten Planfiguren nach „Konstruktion erfolgreich“ / „Konstruktion nicht erfolgreich“</p> <p>Sortieren der Planfiguren nach Art und Lage der gegebenen Größen. Dabei sollten sich als Möglichkeiten für eindeutige Konstruktionen ergeben: SSS, SWS; WSW und SWW.</p> <p>Zusammenhang zwischen WSW und SWW wird besprochen.</p> <p>Angabe von zwei oder mehr als drei Größen wird diskutiert und dann verworfen.</p>	<p>Schüler-Pappdreiecke</p> <p>Tafel</p> <p>Befestigungsmaterial</p>	<p>LSG</p> <p>SSW wird zunächst zur Bearbeitung in 2.2.3 zurückgestellt.</p>
<p>Es werden mindestens drei Angaben benötigt, um einen „Klon“ zu erzeugen.</p> <p>Eindeutige Konstruktionen sind möglich, wenn</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• drei Seiten</li> <li>• zwei Seiten und der eingeschlossene Winkel</li> <li>• eine Seite und zwei Winkel gegeben sind.</li> </ul> <p>Die Konstruktion ist nicht eindeutig möglich, wenn nur drei Winkel gegeben sind.</p>	<p>Tafel</p>	<p>Wissensspeicher</p>
<p>Hausaufgabe</p> <p>Filmsequenz zu SSS</p>	<p>AB 2.2.1</p>	<p>Das AB kann auf A5 verkleinert werden.</p>



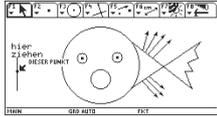
**Ablauf der Stunde 2: Konstruktion von Dreiecken und Konstruktionsbeschreibung**

Inhalt	Medien	Kommentar
<p>Besprechen der Filmsequenz SSS als visuelle Konstruktionsbeschreibung.</p> 	AB 2.1.1	
<p>Die Fälle WSW und SWS werden entsprechend AB 2.2.1 konstruiert und beschrieben.</p> <p>Aufgabe 2:                  Von einem Dreieck sind die unten stehenden Größen gegeben. Wähle passende Größen aus und erstelle einen „Film“ wie auf Blatt 1.1.1 abgebildet. Erstelle zusätzlich, wie dort vorgenommen, eine Konstruktionsbeschreibung.</p> <p><math>a = 3,7\text{cm}</math>, <math>b = 5\text{cm}</math>,</p> <p><math>\alpha = 42^\circ</math>, <math>\beta = 64^\circ</math>, <math>\gamma = 74^\circ</math></p> 	AB 2.1.2	PA evtl. Gruppenpuzzle
<p>Hausaufgabe</p> <p>Konstruiere die Dreiecke und notiere die Konstruktionsbeschreibung.</p> <p>a) <math>a = 8\text{cm}</math>      <math>c = 5\text{cm}</math>      <math>\beta = 60^\circ</math>                  b) <math>c = 5\text{cm}</math>      <math>\alpha = 30^\circ</math>      <math>\beta = 70^\circ</math>                  c) <math>a = 3,5\text{cm}</math>    <math>b = 4,2\text{cm}</math>      <math>c = 5\text{cm}</math>                  d) <math>a = 7\text{cm}</math>      <math>c = 5,5\text{cm}</math>      <math>\alpha = 42^\circ</math>                  e) <math>a = 2,5\text{cm}</math>    <math>c = 5,5\text{cm}</math>      <math>\alpha = 42^\circ</math></p>	AB 2.2.1	Die Aufgaben d) und e) sind vom Typ SsW, wobei e) nicht konstruierbar ist.

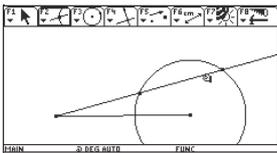
**Ablauf der Stunde 3: Kongruenzsatz SsW und Einführung in DGS (Cabri Geometry)**

Inhalt	Medien	Kommentar
<p>Problematisierung der Fälle d) und e) von AB 2.2.1 mit Formulierung der Bedingung, dass die längere Seite dem gegebenen Winkel gegenüberliegen muss.</p>	Tafel	<p>Konstruktion der neuen Fälle d) und e) werden von S an der Tafel durchgeführt.</p> <p>Der Grenzfall der Berührung kann in der nächsten Stunde bei der Dynamisierung des Problems mit der DGS aufgegriffen werden.</p>



Zusammenfassung aller Fälle, Einführung der Begriffe „Kongruenz“ und „Kongruenzsätze“.		Wissensspeicher
<p>Zur genaueren Untersuchung des Falls e) von AB 2.2.1 werden die Schüler in das DGS-Tool Cabri Geometry eingeführt.</p> <p>Aufgabe :</p> <p>Öffne die Datei 'Swimmy' aus dem Ordner geo. Du kannst an dem Punkt auf der Strecke ziehen.</p>  <p>a) Zeichne mit Cabri Geometry eigene Figuren. Experimentiere. Nutze dabei die TC-Hilfen.</p> <p>b) Für Expertinnen und Experten: Du kannst mit <b>[F7]</b> 'Ausblenden/Zeigen' Punkte ein- und ausblenden. Ziehe an einigen Punkten der Figur und versuche Teile der Konstruktion nachzuvollziehen.</p> <p>c) Für große Expertinnen und Experten: Mit <b>[F7]</b> 'Animation' kannst du den Fisch zum Leben erwecken.</p>	Swimmy.geo OHP- Display AB 2.2.1	Freies Experimentieren mit dem DGS
Hausaufgabe Fortsetzung bzw. Erweitern des Experimentierens		

#### Ablauf der Stunde 4: Kongruenzsatz SsW mit DGS

Inhalt	Medien	Kommentar
<p>Vorstellung einiger Schülerergebnisse.</p> <p>Untersuchung des übriggebliebenen Falls SsW. Konstruktion mit dem DGS in Analogie zu den erstellten Filmstreifen/Konstruktionsbeschreibungen.</p>  <p>Auftrag: Bewege die Konstruktion durch systematische Variation des Kreisradius'. Stelle fest, wie die Lösungen von der Länge der dritten Seite abhängen.</p>	OHP- Display	Die nicht konstruierbaren Fälle werden durch Veränderung des Kreisradius' verdeutlicht und der Berührfall ermittelt.
<p>Ergebnis:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Wenn der Kreisradius bei der Konstruktion mindestens so groß ist wie die „Seite am Winkel“, so ist die Konstruktion eindeutig</li> <li>• Wenn Kreisradius kleiner ist, gibt es drei Fälle: Zwei Lösungen – Berührlösung – keine Lösung.</li> </ul>	Tafel	Wissensspeicher
<p>Hausaufgabe</p> <p>Untersuche mithilfe des DGS, ob die Fälle SSS, WSW und SWS ebenfalls Sonderfälle wie der Kongruenzsatz SsW enthalten.</p>		Diese HA ist optional und sollte dann in dieser Stunde schon begonnen werden.

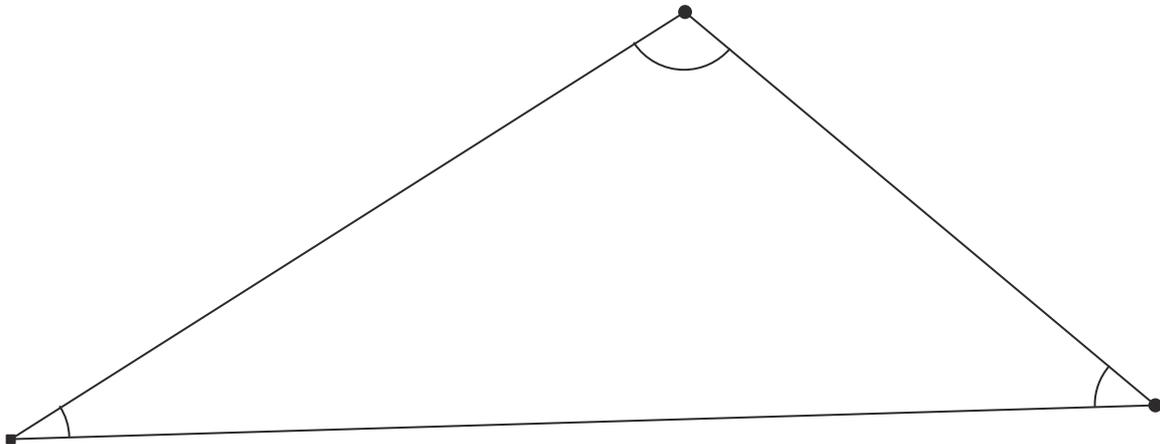


**Ablauf der Stunden 5/6: Übungen und Anwendungen zu den Kongruenzsätzen**

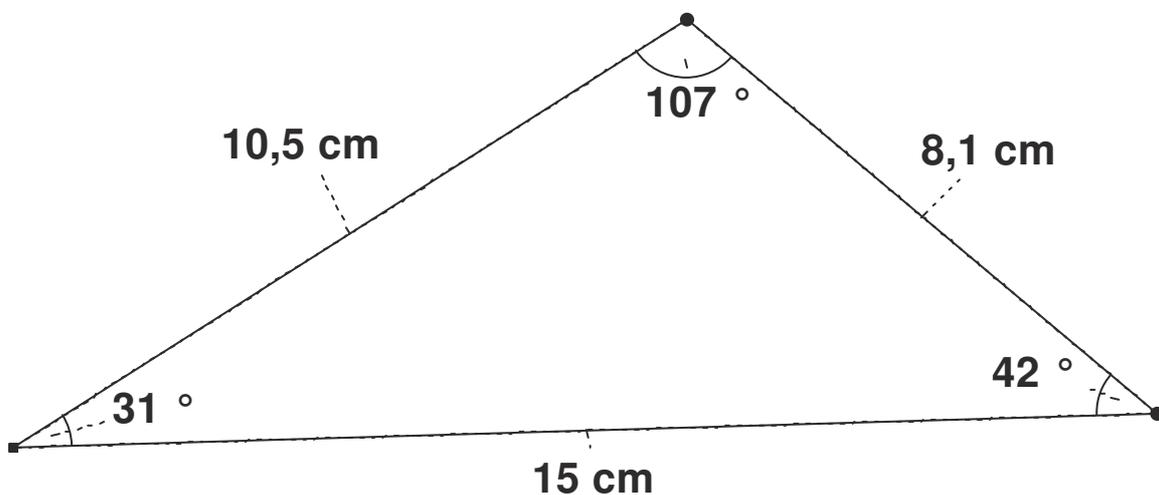
Inhalt	Medien	Kommentar
Nach der Besprechung der HA werden anhand der Folie F 2.2.1 Kopfübungen durchgeführt.	OHP F 2.2.1	Enthält insbesondere auch „Nicht-Konstruierbarkeit“. Für diese Fälle sind Begründungen einzufordern.
Die Aufgabenblöcke „Begründe mithilfe der Kongruenzsätze“ und „Vermessungsaufgaben“ sind als Alternativen gedacht.	AB 2.2.2 bis 2.2.4	

**Material F 2.1.1**

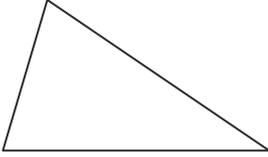
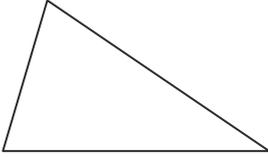
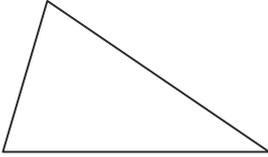
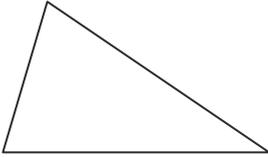
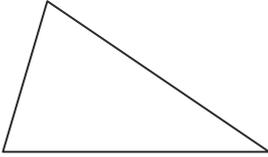
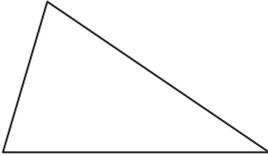
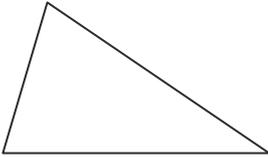
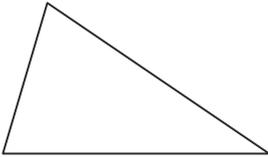
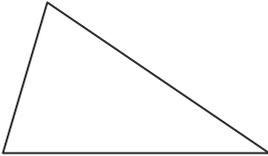
Mögliches Dreieck:



Mit Maßen:

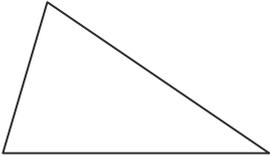
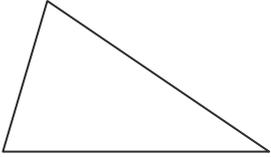
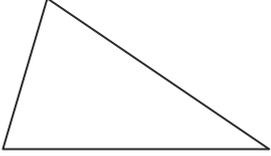
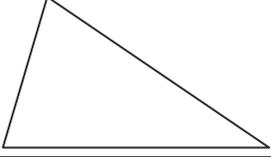
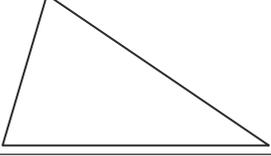
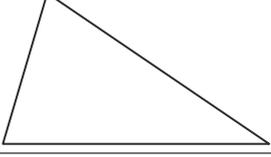
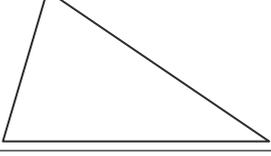
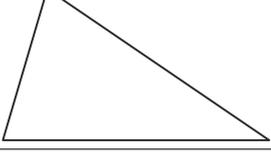
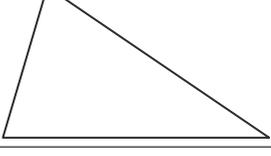


## Material F 2.2.1

	Drei gegebene Dreiecksmaße:	Planskizze	Entscheide begründet, ob das Dreieck eindeutig konstruierbar ist.
1	$a = 8 \text{ cm}$ $b = 5,3 \text{ cm}$ $\gamma = 74^\circ$		
2	$\alpha = 42^\circ$ $\beta = 84^\circ$ $\gamma = 54^\circ$		
3	$a = 5 \text{ cm}$ $b = 4,6 \text{ cm}$ $c = 5,5 \text{ cm}$		
4	$b = 5,5 \text{ cm}$ $c = 7,2 \text{ cm}$ $\gamma = 64^\circ$		
5	$a = 1,3 \text{ cm}$ $b = 5,5 \text{ cm}$ $c = 7,2 \text{ cm}$		
6	$a = 2,3 \text{ cm}$ $b = 3,5 \text{ cm}$ $c = 5,2 \text{ cm}$		
7	$c = 5,5 \text{ cm}$ $\alpha = 97^\circ$ $\beta = 85^\circ$		
8	$a = 3,7 \text{ cm}$ $c = 4,8 \text{ cm}$ $\alpha = 53^\circ$		
9	$c = 6,8 \text{ cm}$ $\beta = 64^\circ$ $\gamma = 74^\circ$		



## Material Lösungsfolie F 2.2.2

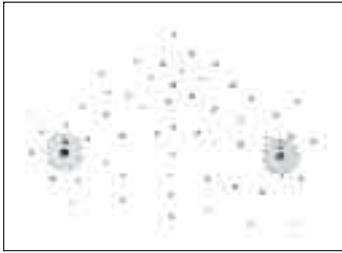
	Drei gegebene Dreiecksmaße:	Planskizze	Entscheide begründet, ob das Dreieck eindeutig konstruierbar ist.
1	$a = 8 \text{ cm}$ $b = 5,3 \text{ cm}$ $\gamma = 74^\circ$		Ja, SWS
2	$\alpha = 42^\circ$ $\beta = 84^\circ$ $\gamma = 54^\circ$		Nein, (WWW)
3	$a = 5 \text{ cm}$ $b = 4,6 \text{ cm}$ $c = 5,5 \text{ cm}$		Ja, SSS
4	$b = 5,5 \text{ cm}$ $c = 7,2 \text{ cm}$ $\gamma = 64^\circ$		Ja, SsW
5	$a = 1,3 \text{ cm}$ $b = 5,5 \text{ cm}$ $c = 7,2 \text{ cm}$		Nein, (SSS, aber $a+b < c$ )
6	$a = 2,3 \text{ cm}$ $b = 3,5 \text{ cm}$ $c = 5,2 \text{ cm}$		Ja, SSS
7	$c = 5,5 \text{ cm}$ $\alpha = 97^\circ$ $\beta = 85^\circ$		Nein, (WSW, aber $\alpha + \beta > 180^\circ$ )
8	$a = 3,7 \text{ cm}$ $c = 4,8 \text{ cm}$ $\alpha = 53^\circ$		Nein, (SsW, aber $a < c$ )
9	$c = 6,8 \text{ cm}$ $\beta = 64^\circ$ $\gamma = 74^\circ$		Ja, (WWS $\rightarrow$ ) WSW



<b>Thema 3.:</b> Transversalen und besondere Punkte im Dreieck	<b>Dauer:</b> ca. 9 Stunden
<p>Transversalen werden alle Geraden genannt, die ein Dreieck schneiden (Mittelsenkrechte, Winkelhalbierende, Seitenhalbierende, Höhe). Einige der Transversalen haben eine Ortslinieneigenschaft, die die Schüler zunächst am Beispiel der Mittelsenkrechten und Winkelhalbierenden erfahren sollen. Ortslinien helfen bei der Konstruktion von Um- und Inkreis. Die Seitenhalbierende lässt sich bei entsprechender Sichtweise auch als Ortslinie auffassen. Die Höhen im Dreieck werden nicht zwingend betrachtet, da dem Höhenschnittpunkt noch keine besondere Bedeutung zugeordnet werden kann.</p> <p>Beim Einsatz der Geometriesoftware steht dem Unterrichtenden frei, die Schüler entweder selbst mit dem DGS konstruieren zu lassen oder fertige Vorlagen (Typ *.9XA) auf die Rechner der Schüler zu verteilen.</p>	
<b>Besondere Materialien / Technologie:</b>	
Folien, Plakatkartons, Cabri Geometry, evtl. anderes DGS, Zirkel	

<b>Thema 3.1.:</b> Mittelsenkrechte und Umkreis	<b>Dauer:</b> 3 Stunden
<p>Die Mittelsenkrechte soll als Ortslinie der Punkte gleichen Abstands zu den Endpunkten einer Strecke aufgefasst werden. Der Schnittpunkt der Mittelsenkrechten im Dreieck soll als Umkreismittelpunkt erfahren werden.</p>	
<b>Besondere Materialien/Technologie:</b>	
<p>LM: (Folienvorlagen) 3.1.1 bis 3.1.3  SM: Arbeitsblätter 3.1.1 bis 3.1.3</p>	

### Ablauf der Stunde 1: Mittelsenkrechte

Inhalt	Medien	Kommentar
<p>Einstieg</p>  <p>L. präsentiert die Einstiegs-geschichte:  Gerechtes Aufteilen der Äpfel.  Im UG werden Kriterien für eine gerechte Aufteilung diskutiert, dabei die Entfernung vom jeweiligen Baum favorisiert.</p>	Folie 3.1.1	<p>Modellierungsaspekte beachten</p> <p>UG</p>
<p>Erarbeitung</p> <p>S. bearbeiten AB 1: Die Äpfel auf der „Mittelsenkrechten“ sind die Problemäpfel. S. sollen weitere Problemäpfel einzeichnen und die Konstruktion verbalisieren (Symmetrieachse).  Benennung als <i>Mittelsenkrechte der Strecke AB</i> und als <i>Ortslinie</i> durch L.. Sicherung mit dem Merksatz:  Die Mittelsenkrechte ist die Ortslinie aller Punkte, die von den Punkten A und B gleich weit entfernt sind. Sie ist die Symmetrieachse der Strecke AB.</p>	<p>AB 3.1.1</p> <p>Tafel</p>	PA

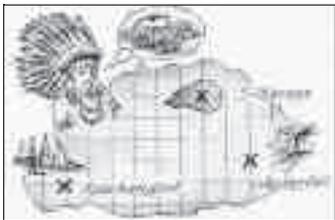


Sicherung Impuls von L., dass Abstände leicht mit Kreisen zu überprüfen sind, Demonstration mit dem Zirkel.	Tafel	UG
Hausaufgabe Auf Papier eine Strecke AB zeichnen und jeweils mit gleichem Radius Kreise um A und B zeichnen. Ein S. erstellt eine Folie.	Folie und Folienstift für S.	

**Alternativen für den Einstieg:**

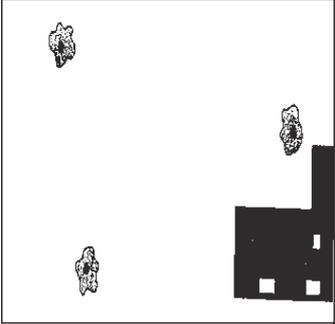
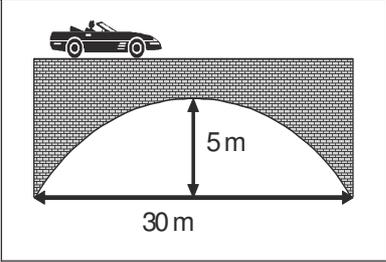
- Das Problem innermathematisch formulieren.
- Direktere Hinführung zur Problematik mit der Grenzsteinaufgabe (s. Schülermaterial, Blatt 3.1.1 Aufg.2).

**Ablauf der Stunde 2: Mittelsenkrechte mittels DGS**

Inhalt	Medien	Kommentar
Einstieg  Besprechung der HA, Festigung des Merksatzes	Folie des Schülers	SV
Erarbeitung Übertragung der händischen Konstruktion mit Cabri Geometry Kennenlernen des Spur-Modus (s. TC-Hilfen: Spur-Modus) Einführung des Cabri Geometry-Befehls „Mittelsenkrechte“	DGS (Cabri Geometry) OHP & Display	LV EA Zusätzliche Hinweise zur Rechnerbedienung finden sich im Anhang 3.1.2 des Lehrer- materials
Sicherung Schnittpunkte der Mittelsenkrechten im Dreieck  Apachenaufgabe zur Festigung und Erweiterung der Kenntnisse (händisch und / oder Cabri Geometry) Präsentation durch S.	AB 3.1.2	PA
Hausaufgabe Grenzsteinaufgabe / Apfelaufgabe je nach Einstieg	AB 3.1.1	



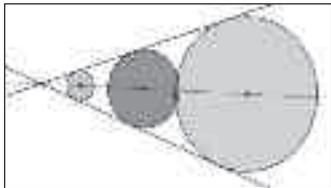
**Ablauf der Stunde 3: Umkreismittelpunkt**

Inhalt	Medien	Kommentar
<p>Einstieg und erste Erarbeitung</p>  <p>Bezug auf die Apachenaufgabe</p> <p>Die Abstandsvorgabe wird so variiert, dass die S. den Ort gleichen Abstandes zu allen drei Bäumen als Schnittpunkt der Mittelsenkrechten konstruieren sollen.</p>	<p>AB I 3.1.2 Aufgabe 6</p>	<p>Kurzer Lehrerhinweis PA</p>
<p>Sicherung und Vertiefung</p> <p>Das Ergebnis der Partnerarbeit wird an der Tafel gesichert. Beispiel: "Der Ort gleichen Abstandes zu den drei vorgegebenen Punkten ist der Schnittpunkt der Mittelsenkrechten der Strecken zwischen den drei Punkten."</p> <p>Die Begründung für die Existenz des gemeinsamen Schnittpunktes wird anhand der Transitivität der Abstandsbeziehung des Schnittpunktes zu den Eckpunkten erarbeitet.</p>	<p>Tafel  UG</p>	<p>Je nach Leistungsstärke der Gruppe wird der "Beweis" formal notiert.</p>
<p>Vertiefung 2</p> <p>Wenn die drei Eckpunkte den gleichen Abstand zum Schnittpunkt der Mittelsenkrechten haben, dann liegen sie auf einer Kreislinie eines Kreises mit diesem Mittelpunkt. Diesen Kreis nennt man den <b>Umkreis</b> des Dreiecks.</p>	<p>Tafel</p>	<p>UG Übernahme der Arbeitsergebnisse in den Wissenspeicher</p>
<p>Hausaufgabe</p>  <p>Brückenaufgabe (Zu einem vorgegebenen Kreis soll durch ein Hilfsdreieck der Schnittpunkt der Mittelsenkrechten bestimmt werden. Hinweis: Spätere Vereinfachung für zwei beliebige Sekanten möglich.)</p>	<p>AB 3.1.2 Aufgabe 5</p>	<p>Hinweise zur Bearbeitung mit DGS befinden sich im Anhang 3.1.3 des Lehrmaterials</p>



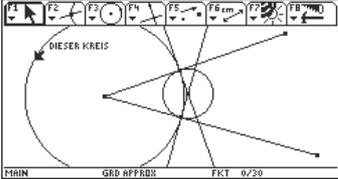
<b>Thema 3.2.:</b> Winkelhalbierende und Inkreis	<b>Dauer:</b> 4 Stunden
Die Winkelhalbierende soll als Ortslinie der Punkte gleichen Abstands zu den Schenkeln eines Winkels aufgefasst werden. Der Schnittpunkt der Winkelhalbierenden im Dreieck soll als Inkreismittelpunkt erfahren werden.	
<b>Besondere Materialien/Technologie:</b>	
LM: (Folienvorlagen) 3.2.1	
SM: Arbeitsblätter 3.2.1 bis 3.2.4	

**Ablauf der Stunde 4: Winkelhalbierende**

Inhalt	Medien	Kommentar
Besprechung der Hausaufgabe		SV/UG
Einstieg  <p>L. präsentiert die Springbrunnen-aufgabe. S. erhalten den Auftrag, ihre Kreise entsprechend zu legen.</p>	AB 3.2.1	UG Arbeitsteilige PA
Erarbeitung Feststellung, dass die Mittelpunkte der Kreise auf einer Geraden (Wasserleitung) liegen. Untersuchung dieser Punkte auf eine Ortslinieneigenschaft.		UG
Sicherung Benennung als Winkelhalbierende und Formulieren des Merksatzes: Die Ortslinie aller Punkte, die von den beiden Schenkeln eines Winkels gleichen Abstand haben, nennt man Winkelhalbierende. Sie ist die Symmetrieachse des Winkels.	Tafel	Hinweis darauf geben, wie der Abstand zum Schenkel zu messen ist.
Hausaufgabe Überlege dir mithilfe der Eigenschaften der Winkelhalbierenden eine Vorgehensweise, mit der man zu einem gegebenen Winkel die Winkelhalbierende zeichnen kann.	AB 3.2.2 Aufgabe 2	

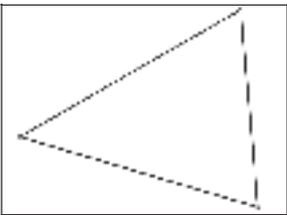


**Ablauf der Stunde 5: Konstruktion der Winkelhalbierenden**

Inhalt	Medien	Kommentar
<p>Besprechung der Hausaufgabe; Sammeln und Ordnen der Schülervorschläge</p> <p>Erwartete Möglichkeiten:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Zur Strecke zwischen zwei gleich weit vom Scheitel entfernten Punkten auf den Schenkeln wird die Mittelsenkrechte konstruiert.</li> <li>2. Klassische Konstruktion allein mit Zirkel.</li> <li>3. Abtragen eines Winkels mit halbiertes Winkelgröße (Messen statt Konstruieren).</li> </ol>	Tafel	<p>SV</p> <p>Im UG ist zwischen echten Konstruktionen aufgrund der definierenden Eigenschaften und dem alltagstauglichen Gebrauch eines Messwerkzeugs zu differenzieren.</p>
<p>Mögliche Vertiefung</p>  <p>Winkelhalbierende als Spurgerade mit DGS</p>	Unterstützung durch Konstruktionsbeschreibung im Anhang 3.2.1 des Lehrermaterials	LV anschließend EA
<p>Hausaufgabe</p> <p>Zeichne die Winkelhalbierenden aller Winkel des gegebenen Dreiecks ein.</p>	AB 3.2.2 Aufgabe 3	Der S. darf selbst entscheiden, ob er die Aufgabe händisch oder mit Cabri Geometry lösen möchte.



**Ablauf der Stunde 6: Schnittpunkt der Winkelhalbierenden und Inkreismittelpunkt im Dreieck**

Inhalt	Medien	Kommentar
Besprechung der Hausaufgabe; Sammeln der Beobachtungen Vermutung: Die Schnittpunkte der Winkelhalbierenden stimmen überein. Begründung: analog zum „Beweis“ bei den Mittelsenkrechten über die Transitivität der Abstandsbeziehung	Tafel	SV UG
Erarbeitung Glücksradaufgabe		AB 3.2.2 Aufgabe 4
Sicherung und Vertiefung Die drei Winkelhalbierenden eines Dreiecks schneiden sich in genau einem Punkt. Dieser hat zu allen drei Seiten den gleichen Abstand, so dass er Mittelpunkt eines Kreises ist, der alle drei Seiten berührt. Diesen Kreis nennt man den Inkreis des Dreiecks. Seinen Radius ermittelt man, indem man vom Mittelpunkt auf eine beliebige Seite eine Senkrechte konstruiert.	Tafel	LV
Hausaufgabe Teichaufgabe	AB 3.2.2 Aufgabe 5	

**Ablauf der Stunde 7: Vermischte Übungen zu Transversalen**

Inhalt	Medien	Kommentar
Besprechung der Hausaufgabe	Tafel	SV UG
Puffer für eventuelle Überhänge		
Pflichtaufgaben: 3.1.2 Aufgabe 4 3.2.3 Aufgaben 7 und 9 Wahlaufgaben: 3.1.3 Aufgaben 7 und 8 3.2.3 Aufgabe 8 3.2.4	AB 3.1.2; 3.2.3 und 3.2.4	EA/PA
Hausaufgabe: a) Die S. bauen sich ein Dreieck aus Holz oder Pappe. b) Eine Aufgabe nach eigener Wahl von Blatt 3.2.4	AB 3.2.4	



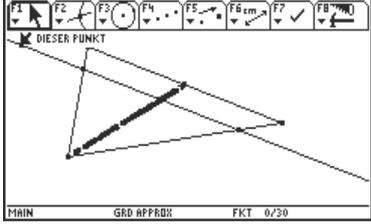
<b>Thema 3.3.:</b> Seitenhalbierende und Schwerpunkt	<b>Dauer:</b> 2 Stunden
<p>Die Seitenhalbierende soll als Ortslinie der Mittelpunkte der zur halbierten Seite parallelen Strecken innerhalb des Dreiecks aufgefasst werden. Der Schnittpunkt der Seitenhalbierenden im Dreieck soll als Schwerpunkt erfahren werden.</p> <p>Als Anlass zur Untersuchung der Seitenhalbierenden im Dreieck eignen sich physikalische Experimente. Hierbei bieten sich vielfältige Annäherungen an: Balancieren eines Dreiecks auf einem Bleistift, Balancieren auf einem Lineal → Balancelinie, Lotschnur → Schwerelinien.</p> <p>Dies führt zum Begriff der Seitenhalbierenden und zum Begriff des Schwerpunktes. Ein Beweis des Schwerpunktsatzes ist nicht beabsichtigt, vielmehr soll die „2:1 Eigenschaft“ mit Cabri Geometry entdeckt werden. Als Zusatz kann die Ortslinieneigenschaft zur Argumentation herangezogen werden.</p>	
<b>Besondere Materialien/Technologie:</b>	
LM: (Folienvorlagen) 3.3.1	
SM: Arbeitsblätter 3.3.1	
Pappe oder Sperrholz für Schülerinnen und Schüler.	

**Ablauf der Stunde 8: Seitenhalbierende**

Inhalt	Medien	Kommentar
Kurzer Vergleich der Hausaufgabe	Folie	SV
<p>Erarbeitung: Balancierübung</p> <p>a) Balancieren eines Dreiecks auf einem Bleistift und markieren des Gleichgewichtspunktes.</p> <p>b) S. probieren verschiedene Methoden aus (Lotschnur, Lineal (s.o.). Ziel: Seitenhalbierende u. Schwerpunkt.</p> <p>c) Die Begriffe Seitenhalbierende und Schwerpunkt werden eingeführt.</p>	Mit-gebrachte Dreiecke der S.	EA/PA          UG
<p>Sicherung und Vertiefung: Das 2:1-Verhältnis wird mit Cabri Geometry entdeckt.</p> <p>Ein Merksatz wird formuliert:</p> <p>"Die Seitenhalbierenden schneiden sich in einem Punkt, dem Schwerpunkt S des Dreiecks. Jede Seitenhalbierende unterteilt das Ausgangsdreieck in zwei flächengleiche Teildreiecke. Der Schwerpunkt teilt die Seitenhalbierenden im Verhältnis 2:1."</p>	DGS       Tafel	EA/PA       UG
Hausaufgabe Dreieckstischaufgabe	AB 3.3.1 Aufgabe 1	



**Ablauf der Stunde 9: Ortslinieneigenschaft der Seitenhalbierenden**

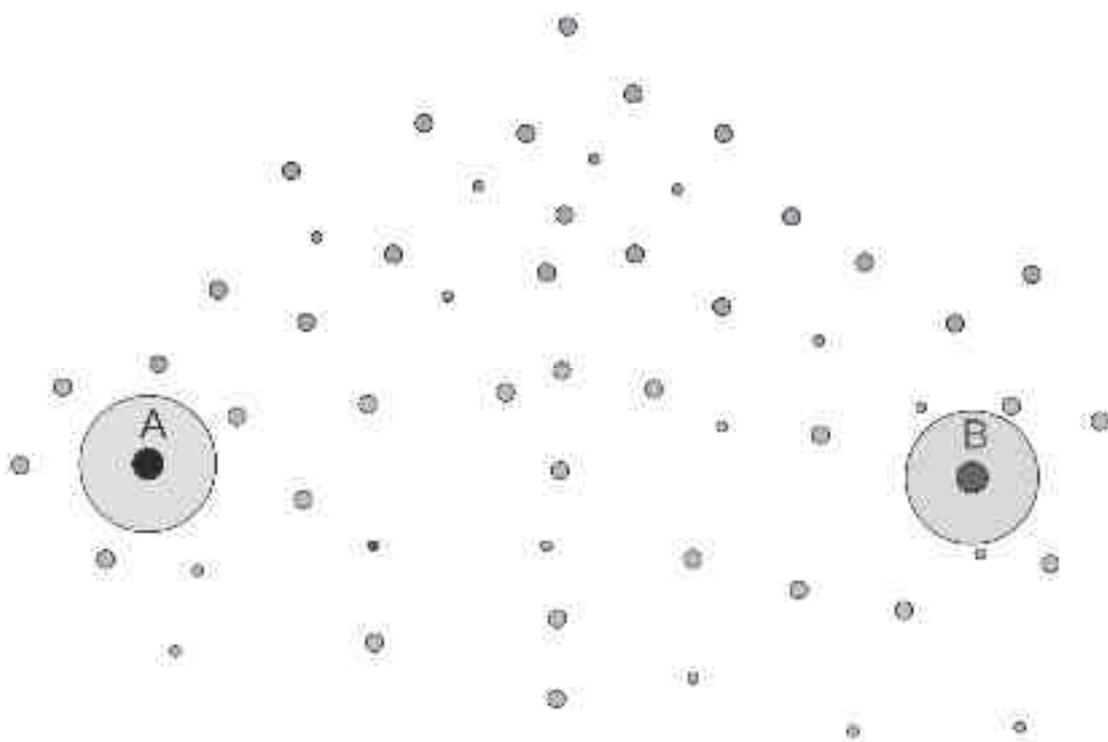
Inhalt	Medien	Kommentar
Kurzer Vergleich der Hausaufgabe	Folie	SV
<p>Erarbeitung: Erzeugen der Seitenhalbierenden als Ortslinie</p>  <p>Konstruktionsanleitungen befinden sich im Anhang 3.3.1 des Lehrermaterials.</p> <p>Ergebnis: Die Seitenhalbierende ist die Ortslinie der Mittelpunkte aller „Parallelstreifen“ zu einer Dreiecksseite.</p>	Vorbereitete Datei SHALB. 9XA	LV/EA/PA  entweder an die Schüler verteilen oder LV
Übergeordnete Übungsaufgabe Euler-Gerade	AB 3.3.1 Aufgabe 2	EA/PA



Folie 3.1.1

**Aufgabe:**

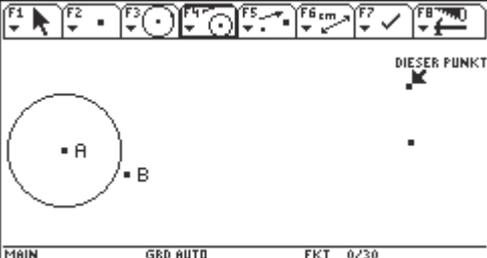
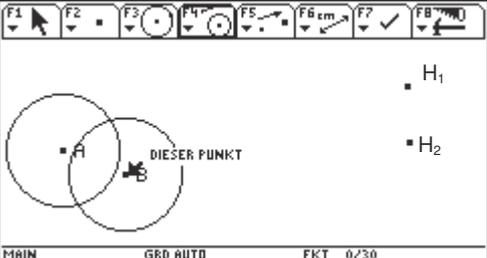
Bauer Anton besitzt den Apfelbaum A, Bauer Bert den Apfelbaum B. Die heruntergefallenen Äpfel sollen aufgeteilt werden. Findet ein Kriterium, wie man die Äpfel gerecht zwischen den beiden Bauern aufteilen kann.



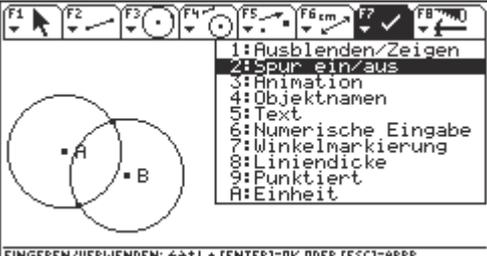
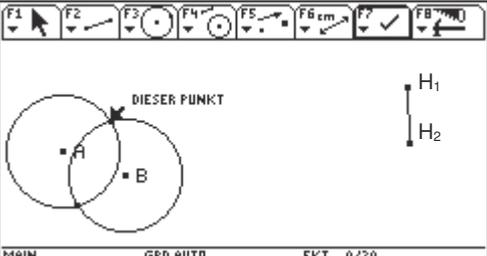
**Lehrermaterial 3.1.2: Anleitung für Mittelsenkrechte als Ortslinie**

	
---	--

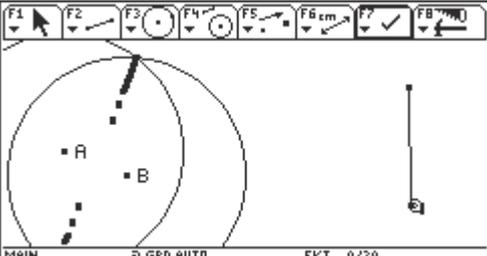
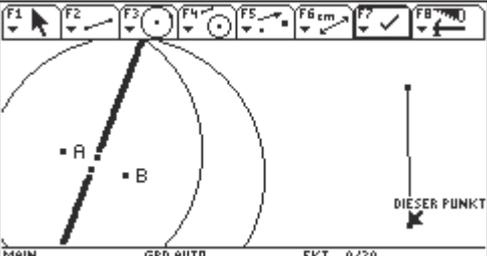
Über [F2] zwei Punkte eingeben, gleich mit A und B benennen. Mit [F4] „Zirkel“ auswählen  
 Zwei Hilfspunkte H1 und H2 setzen und auf den Punkt A gehen (mit [ENTER] bestätigen).

	
---	--

Damit hat man einen Kreis mit dem definierten Radius  $\overline{H1H2}$  .  
 Über den Zirkelbefehl mit H1 und H2 einen Kreis um B zeichnen. Über [F1] kann durch Ziehen am Punkt H2 der Radius der beiden Kreise verändert werden.

	
--	---

Die Schnittpunkte der beiden Kreise festlegen. Für beide Schnittpunkte den Spurmodus aktivieren.

	
---	--

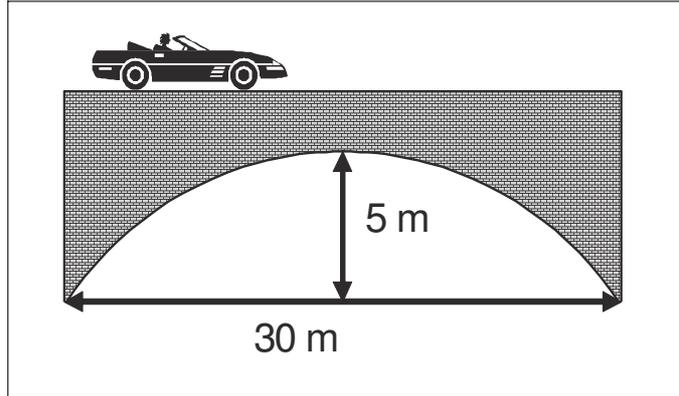
Durch Ziehen an Punkt H2 wird die Mittelsenkrechte als Ortslinie gezeichnet



**Lehrermaterial 3.1.3: Anleitungen für die Brückenaufgabe**

**Brückenaufgabe:**

Gegeben sind die Spannweite (30 m) und die Höhe (5 m) der abgebildeten Brücke. Konstruiere mithilfe von Cabri Geometry den Kreisbogen der Brücke.

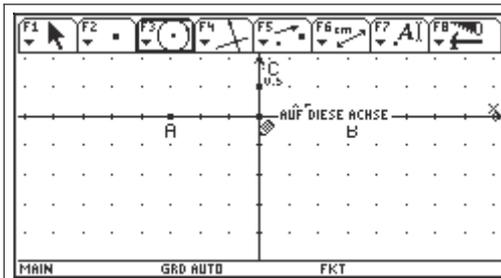


**Der Ablauf könnte wie folgt aussehen:**

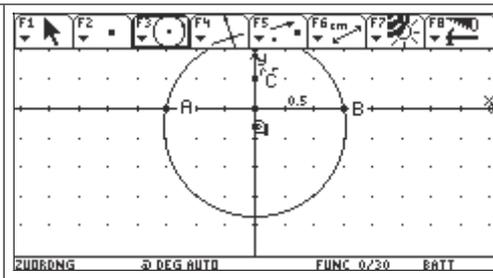
Damit A und B auf einem Kreis liegen, muss der Mittelpunkt des Kreises auf (0 | 0) oder der y-Achse liegen. Dies sollte kein großes Problem für die Schüler darstellen. Durch geeignetes Verschieben des Mittelpunktes M, wodurch auch der Radius  $r = \overline{AM}$  automatisch verändert wird, erhält man auch den Kreis, auf dem die Punkte A, B und C liegen.

<p>1: öffnen... 2: Kopie speich als... +S 3: Neu... +N 4: Neu... (mit... über...) 5: Kopieren 6: Einfügen 7: Löschen 8: Alles löschen 9: Format... +F A: Seite anzeigen B: Daten betrachten C: Datenanzeige löschen</p> <p>EINGEBEN/VERWENDEN: ←+1 + [ENTER]=OK ODER [ESC]=ABBR</p>	<p>WELCHES OBJEKT? 1: DIESE AXSE 2: DIESES GITTER</p> <p>MAIN GRD AUTO FKT</p>
<p>Über [F8] Format (9) Koordinatenachsen und Gitter aktivieren</p>	<p>Punkte A (- 1,5   0), B (1,5   0) und C (0   0,5) markieren</p>
<p>ZUORDNUNG DEG AUTO FUNC 0/20 BATT</p>	<p>ZUORDNUNG DEG AUTO FUNC 0/20 BATT</p>
<p>Mit [F7]: (4) Objektnamen die Punkte benennen</p>	<p>Mit [2nd] und dem Pfeil nach oben das Koordinatensystem nach oben verschieben</p>
<p>1: Kreis 2: Kreisbogen 3: Dreieck 4: Polygon 5: Reguläres Polygon</p> <p>EINGEBEN/VERWENDEN: ←+1 + [ENTER]=OK ODER [ESC]=ABBR</p>	<p>AUF DIESE AXSE</p> <p>MAIN GRD AUTO FKT</p>
<p>Kreis um einen beliebigen Mittelpunkt zeichnen, wobei M auf der y-Achsen liegen muss.</p>	

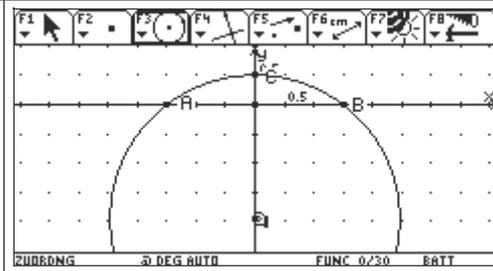
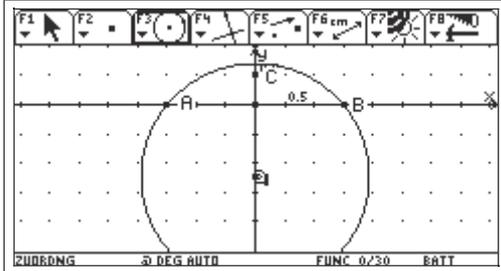




Radius vergrößern bis A und B auf dem Kreis liegen.



Mit der Hand und Pfeil nach unten/oben den Mittelpunkt solange verschieben, bis auch C auf dem Kreis liegt.



Diese Vorgehensweise legitimiert den Einsatz der DGS (Cabri Geometry), da dieses Vorgehen händisch kompliziert und viel zu unübersichtlich wäre.

Nun muss die Fragestellung geklärt werden, wie man auch ohne DGS diesen Kreis konstruieren kann. Diese erfordert schließlich (auch) ein händisches Vorgehen ("Euklid hatte damals ja noch keine Rechner"):

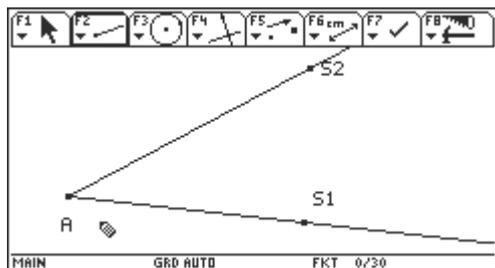
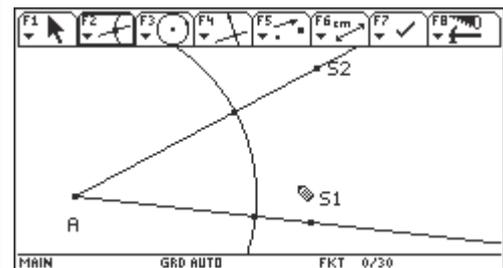
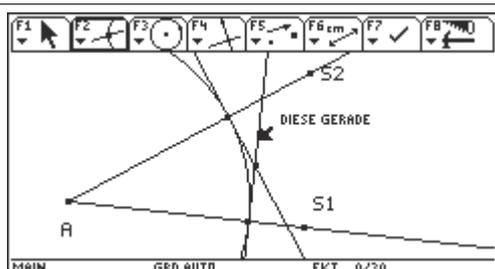
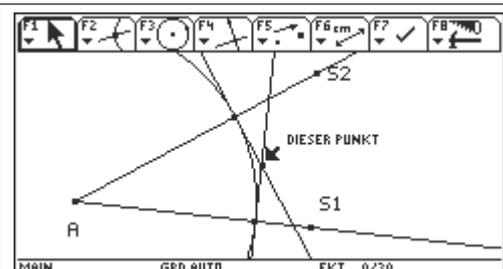
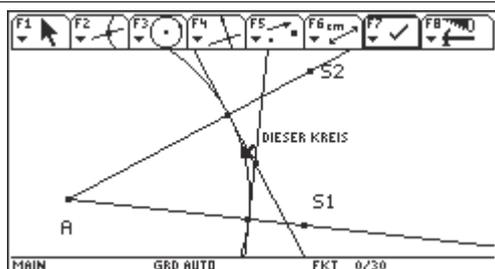
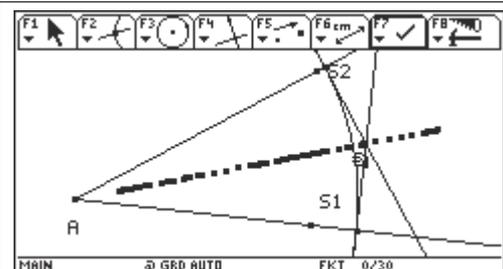
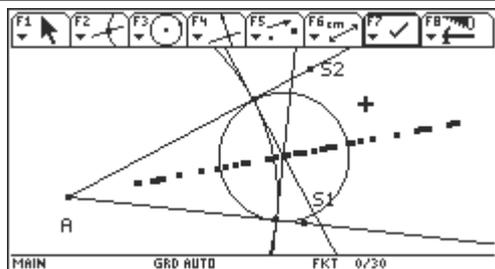
Die Feststellung, dass M auf der Mittelsenkrechten zur Strecke AB ( $m_c$ ) liegt, lässt den Schluss zu, dass auch M auf der Mittelsenkrechten  $m_b$  liegt. Entsprechend  $m_b$ . Diese kann dann z. B. als HA auch mit dem Rechner bestätigt werden.

**Alternative:**

Man erzeugt einen Kreis, so dass C fest auf dessen Kreislinie liegt und verschiebt M so lange, bis auch A und B auf der Kreislinie liegen.



**Lehrermaterial 3.2.1: Anleitung zur Konstruktion der Winkelhalbierende als Ortslinie**

	
<p>Einen Winkel mit den Strahlen <math>\overline{AS_1}</math> und <math>\overline{AS_2}</math> zeichnen.</p>	<p>Einen Kreis mit Mittelpunkt in A abtragen (<b>ENTER</b> drücken), die Schnittpunkte mit den beiden Schenkeln definieren.</p>
	
<p>Jeweils eine Senkrechte durch diese Schnittpunkte zu den jeweiligen Schenkeln konstruieren. Den Schnittpunkt der beiden Senkrechten definieren. Damit ist ein Punkt der Winkelhalbierenden konstruiert.</p>	<p>Den Spur-Modus für den Schnittpunkt der Senkrechten einschalten. Man muss an der Kreislinie ziehen.</p>
	
<p>An dem Kreis ziehen</p>	<p>und die Spur aufzeichnen. Jetzt sind alle die Punkte zu sehen, die die Ortslinien-eigenschaft der Winkelhalbierenden haben. Die Winkelhalbierende wird als Punktemenge deutlich.</p>
	
<p>Zusätzlich kann auch der Kreis („Springbrunnen“) in die Konstruktion aufgenommen werden.</p>	



Lehrermaterial 3.3.1: Anleitung für die Erzeugung der Seitenhalbierenden im Spurmodus

<p>Das Dreieck ABC zeichnen.</p>	<p>Zu der Seite BC den Mittelpunkt konstruieren (Punkt Ma).</p>
<p>Durch einen Punkt außerhalb des Dreiecks (späterer Zugpunkt) eine Parallele zu der Seite BC zeichnen.</p>	
<p>Die Schnittpunkte der Parallelen mit den Dreiecksseiten AB und AC definieren, zu dieser Hilfsstrecke den Mittelpunkt bestimmen.</p>	<p>Für den Mittelpunkt den Spurmodus einstellen und die Hilfsstrecke mit dem Zugpunkt bewegen. Es entsteht die Seitenhalbierende.</p>



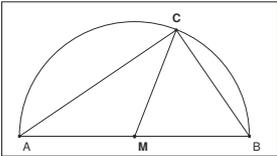
<b>Thema 4.:</b> Thalesatz	<b>Dauer:</b> 4 (optional 6) Stunden
Beim Experimentieren mit DGS (Cabri Geometry) entdecken die Schüler den Satz des Thales und seine Umkehrung. Der Beweis des Thalesatzes wird erarbeitet, seine Anwendung in Konstruktions- und Begründungsaufgaben geübt.	
<b>Besondere Materialien/Technologie:</b> Folien, Beweispuzzle, arena.fig, thales.fig, thales2.fig und uws.fig Dateien zum Experimentieren.	

**Ablauf der Stunde 1:**

Inhalt	Medien	Kommentar
<p>Thales von Milet (um 600 v.Chr.) darf als Berater des Tyrannen von Milet im Theater immer in der ersten Reihe sitzen.</p> <p>1. Er fragt sich, wie der Blickwinkel auf die Bühne zwischen den zwei Säulen von seiner Sitzposition abhängt.</p>  <p>2. In der nächsten Woche ist Staatsbesuch in Milet, der die ganze erste Reihe besetzt. Deshalb muss Thales weiter hinten sitzen. Untersuche dort die Blickwinkel.</p>	F 4.1 DGS	arena.fig aus dem Ordner GEO öffnen lassen.  Schüler experimentieren mit der Vorlage.
<p>Alternativer Einstieg: In einem ausreichend großen Raum oder auf dem Schulhof werden zwei Stühle in einem Abstand von mindestens 10 m positioniert. Die Schüler peilen mit ihrem Geodreieck und finden eine Position, von der aus sie die beiden Stühle in einem Winkel von <math>90^\circ</math> peilen.</p>		
<p>Schüler beobachten:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Erste Reihe stumpfer Winkel, Minimum in der Mitte.</li> <li>• Zweite Reihe konstant rechter Winkel.</li> <li>• Dritte und weitere Reihe spitzer Winkel, Maximum in der Mitte.</li> </ul> <p>Vermutung: Im Spezialfall 2. Reihe ist die Bühne Durchmesser des Zuschauerkreises. Überprüfung: Datei thales.fig</p>	UG Display DGS	thales.fig öffnen lassen oder man stellt es als H.A.
<p>A) Wenn die Strecke AB Durchmesser eines Kreises ist, dann heißt der Kreis <i>Thaleskreis</i> der Strecke AB. Liegt Punkt C auf dem Thaleskreis von AB, dann ist das Dreieck ABC rechtwinklig bei C. B) Liegt C auf einem größeren Kreis um den Mittelpunkt der Strecke AB, dann sind die Winkel immer spitz. Auf einem kleineren Kreis immer stumpf. Sie verändern sich je nach Lage von C.</p>	Tafel, Merkheft	Übernahme in den Wissensspeicher.
<p>Hausaufgabe</p> <p>1. Konstruiere einen Thaleskreis mit veränderlichem Durchmesser. Markiere und miss den Winkel bei Punkt C. 2. Recherchiere, was du über Thales von Milet herausfinden kannst.</p>		Auswahl möglich



**Ablauf der Stunde 2:**

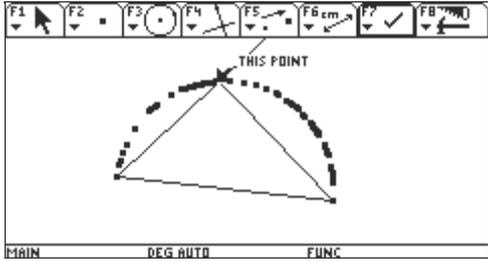
Inhalt	Medien	Kommentar
Besprechung der Hausaufgabe		
 <p>Vor dem Beweispuzzle wird die Beweisidee entwickelt, dass der Radius zu C ergänzt wird (Vorwärtsarbeiten).</p>	F 4.2 oder Tafelbild, UG	Hilfsimpuls: "Sammele alle gegebenen Informationen."  Trennung von Voraussetzung und Behauptung.
Schüler bearbeiten Beweispuzzle in Einzel- oder Partnerarbeit.	AB 4.1	
Selbstkontrolle		Hinweis auf Voraussetzung und Behauptung.
Hausaufgabe: Einfache Übungsaufgaben zur Konstruktion gemäß Arbeitsblatt 4.2	AB 4.2	Auswahl möglich

**Ablauf der Stunde 3:**

Inhalt	Medien	Kommentar
Besprechung der Hausaufgaben		
Schüler bearbeiten die Aufgaben in Einzel- oder Partnerarbeit.  Minimum: AB 4.2 Nr.4	AB 4.2 und 4.3	Aufg. 1 - 5: Konstruktions- schwerpunkt  Aufg. 6 - 8: Begründungs- schwerpunkt  Bei vielen Aufgaben wird die Umkehrung des Thales benutzt, die in Formulierung B enthalten ist.  Umkehrung wird in Stunde 4 durch die Ortslinie nochmals aufgegriffen und verallgemeinert.
Hausaufgabe Auswahl von Arbeitsblatt 4.2		Folie und Stifte mitgeben



**Ablauf der Stunde 4:**

Inhalt	Medien	Kommentar									
Präsentation ausgewählter Aufgaben durch Schüler auf Folie	Folien										
<p>Aufgabe: Ein Schiff verlässt den Hafen A um 11:00 Uhr und sieht um 11:30 den Leuchtturm B unter einem Winkel von <math>90^\circ</math> zum Hafen A. Entfernung Hafen-Leuchtturm 12 Seemeilen.</p> <p>a) Bestimme alle Orte, auf denen sich das Schiff befinden könnte.</p> <p>b) Mit welcher zusätzlichen Information könntest du die Position genau bestimmen?</p>  <p>Zu b: Entweder Geschwindigkeit = 15 km oder einen anderen Ort ebenfalls unter <math>90^\circ</math> sehen und Thaleskreise zum Schnitt bringen.</p>	Tafel DGS	<p>Planfigur erstellen.</p> <p>thales2.fig öffnen lassen.</p> <p>Spur des Lotfußpunktes beim Ziehen am Strahl vergleichen.</p> <p>Vgl. Lehrerinfo</p>									
<p>Gegenüberstellung von Thalesatz und Umkehrung in Folie 4.3</p> <table border="1" data-bbox="165 1093 804 1238"> <tr> <td></td> <td>Theater</td> <td>Schiff</td> </tr> <tr> <td>gegeben</td> <td>Kreis</td> <td>Rechter Winkel</td> </tr> <tr> <td>Ergebnis</td> <td>Rechter Winkel</td> <td>Kreis</td> </tr> </table>		Theater	Schiff	gegeben	Kreis	Rechter Winkel	Ergebnis	Rechter Winkel	Kreis	Folie 4.3	Hinweis auf Voraussetzung und Behauptung.
	Theater	Schiff									
gegeben	Kreis	Rechter Winkel									
Ergebnis	Rechter Winkel	Kreis									
<p>Hausaufgabe: Gemäß Arbeitsblatt 4.3</p>	Arbeitsblatt 4.3	Zu Hause Pappe unterlegen.									

**Ablauf der Stunde 5 (optional): Umfangs- und Mittelpunktswinkelsatz**

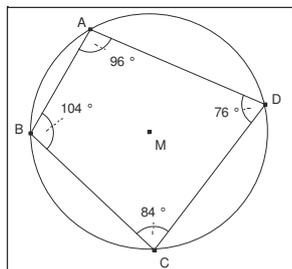
Inhalt	Medien	Kommentar									
Die Stunde ist eine Option für diejenigen, die den Umfangs- und Mittelpunktswinkelsatz behandeln wollen.											
Formulierung der Beobachtung aus der Hausaufgabe: Punkte liegen auf einem Kreis mit Stecknadelstrecke als Sehne.											
<p>Schüler erarbeiten analog zu Folie 4.3 eine Tabelle zum Umfangswinkelsatz.</p> <table border="1" data-bbox="165 1749 876 1939"> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>gegeben</td> <td>Kreisbogen über einer Strecke</td> <td>Winkel über einer Strecke</td> </tr> <tr> <td>Ergebnis</td> <td>Winkel</td> <td>Kreisbogen</td> </tr> </table>				gegeben	Kreisbogen über einer Strecke	Winkel über einer Strecke	Ergebnis	Winkel	Kreisbogen	Tafel F 4.3	Analog zur Folie 4.3
gegeben	Kreisbogen über einer Strecke	Winkel über einer Strecke									
Ergebnis	Winkel	Kreisbogen									



<p>Überprüfung des Umfangswinkelsatzes mit uws.fig                  Eventuell: Beobachtung des Mittelpunktswinkels und Beweispuzzle zum Umfangswinkelsatz.</p> <p><b>Umfangswinkelsatz</b>                  Jeder Umfangswinkel zur Sehne <math>\overline{AB}</math>, dessen Scheitel auf derselben Seite von <math>\overline{AB}</math> liegt wie der Kreismittelpunkt, ist halb so groß wie der dazugehörige Mittelpunktswinkel.</p> $\gamma = \frac{1}{2}\varepsilon$ <p><b>Aufgabe zum MPWS:</b>                  Ein Schiff peilt des Nachts die beiden Leuchtfeuer A und B unter dem Winkel <math>40^\circ</math> und B und C unter dem Winkel <math>60^\circ</math> an.                  Bestimme die Position.</p>	<p>Tafel Merkheft</p>	<p>Optional Datei verteilen oder selber erstellen lassen.</p> <p>Je nach Zeitplanung würde sich noch die Entdeckung des Mittelpunktswinkelsatzes anbieten oder ein Beweispuzzle zum Umfangswinkelsatz (Arbeitsblatt 4.4)</p>
--	---------------------------	--

**Ablauf der Stunde 6 (optional): Sehnenvierecksatz**

Inhalt	Medien	Kommentar
<p>Die Stunde ist eine Option für diejenigen, die den Sehnenvierecksatz behandeln wollen.</p>		
<p>Durch Rückgriff auf den Satz über den Mittelsenkrechten-schnittpunkt ergeben sich die Fragen:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Gibt es für jedes Viereck einen Umkreis?</li> <li>Welche Eigenschaften beobachtet man für die Winkel eines Sehnenvierecks?</li> </ul> <p>a) Markiere 4 Punkte auf einem Kreis und verbinde sie zu einem Viereck ABCD. Miss die Innenwinkel und vergleiche jeweils die Größe der gegenüberliegenden Winkel? Fällt dir etwas auf? Formuliere eine Vermutung!</p> <p>b) Überprüfe deine Vermutung, indem du den Punkt A auf dem Kreis bewegst.</p> <p>c) Zeichne ein Viereck ABCD mit <math>\alpha = 70^\circ</math> und <math>\gamma = 110^\circ</math>. Gibt es zu diesem Viereck einen Umkreis? Und wenn die Winkelsumme nicht <math>180^\circ</math> ist?</p>	<p>Tafel Oder Folie  DGS</p>	<p>Definition „Sehnenviereck“ vorher erarbeiten. Forschungsauftrag vorformulieren.</p>
<p>Sicherung                  Ein Viereck, dessen Eckpunkte auf demselben Kreis liegen, heißt <i>Sehnenviereck</i>.                  Ein Viereck ist ein Sehnenviereck, wenn die Mittelsenkrechten sich in einem Punkt schneiden.                  Im Sehnenviereck ist die Summe gegenüberliegender Winkel <math>180^\circ</math>.</p>	<p>Tafel</p>	<p>Optional Datei verteilen oder selber erstellen lassen.</p>



Lehrmaterial Folie 4.1.:

Grundriss eines antiken Theaters



Theater von Orange

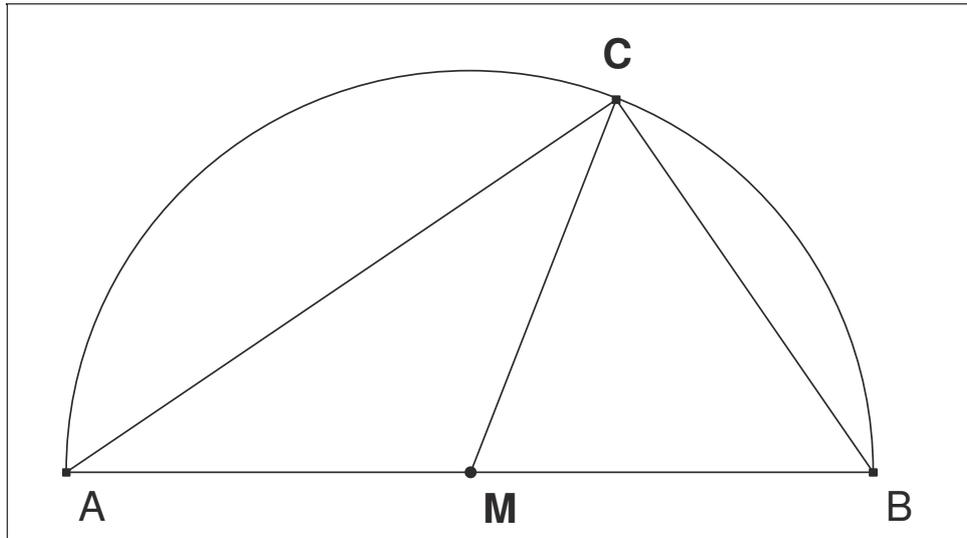


(Quelle: T.Droste: Provence. DuMont Kunst-Reiseführer 1997)



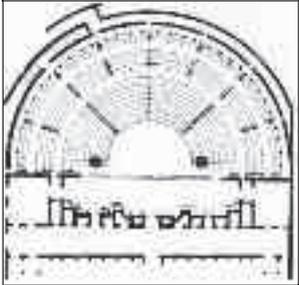
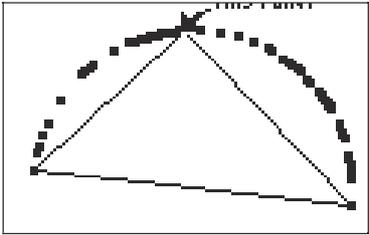
**Lehrmaterial Folie 4.2.:**

Beweisfigur zum Thalesatz



**Lehrermaterial Folie 4.3.:**

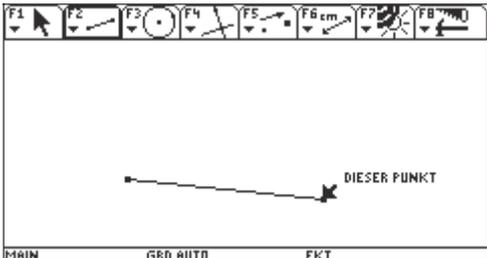
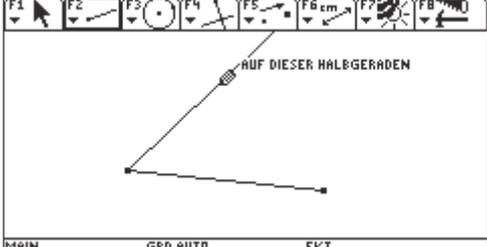
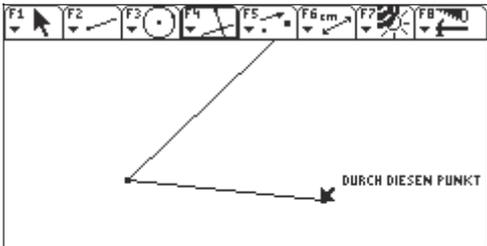
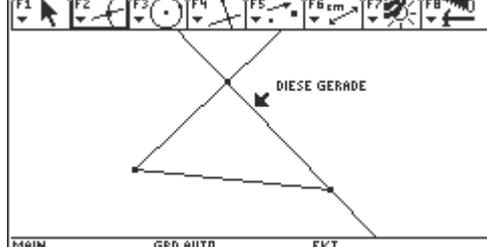
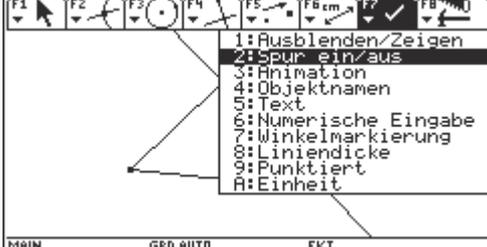
Tabelle zur Gegenüberstellung von Thalesatz und Umkehrung

	<b>Theater</b>	<b>Schiff</b>
		
gegeben	Der „Standort“ C befindet sich auf dem Kreis, dessen Durchmesser durch die zwei Punkte A und B bestimmt ist.	Ein Dreieck zu vorgegebener Strecke AB hat bei C einen rechten Winkel.
Ergebnis	Von C aus sieht man die Strecke AB unter einem rechten Winkel.	C liegt auf dem Kreis, dessen Durchmesser AB ist (= Thaleskreis der Strecke AB).

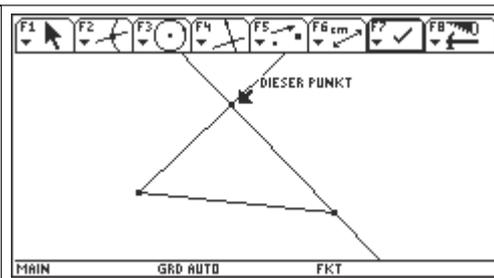


Anhang 4.3: Schritt-für-Schritt-Konstruktionshilfen für Lehrkräfte:

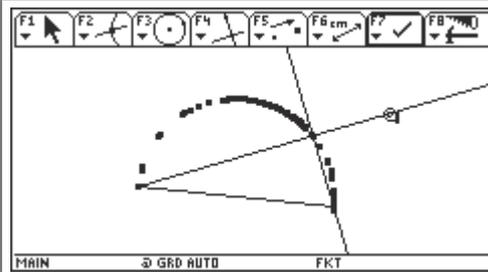
Umkehrung des Thalesatz mit DGS

 <p>1: Punkt 2: Punkt auf Objekt 3: Schnittpunkt 4: Gerade 5: Strecke 6: Strahl 7: Vektor</p> <p>+</p> <p>MAIN GRD AUTO FKT</p>	 <p>DIESER PUNKT</p> <p>MAIN GRD AUTO FKT</p>
<p>1. Zeichnen einer Strecke AB ((F2): „Strecke“)</p>	<p>2. Endpunkte mit [ENTER] festlegen</p>
 <p>1: Punkt 2: Punkt auf Objekt 3: Schnittpunkt 4: Gerade 5: Strecke 6: Strahl 7: Vektor</p> <p>DIESER PUNKT</p> <p>MAIN GRD AUTO FKT</p>	 <p>AUF DIESER HALBGERADEN</p> <p>MAIN GRD AUTO FKT</p>
<p>3. Zeichnen eines Strahls ((F2): „Strahl“)</p>	<p>4. Startpunkt in A mit [ENTER] festlegen und den Strahl anschließend mit den Cursor-Tasten in Position ziehen.</p>
 <p>1: Senkrechte 2: Parallele 3: Mittelpunkt 4: Mittelsenkrechte 5: Winkelhalbierende 6: Makrokonstruktion 7: Vektorsumme 8: Zirkel 9: Maß Übertragen A: Ortslinie B: Objekt neu definieren</p> <p>FINGERN/VERBIENDEN: ←+1 + [ENTER]=OK ODER [ESC]=ABBR</p>	 <p>DURCH DIESEN PUNKT</p> <p>MAIN GRD AUTO FKT</p>
<p>5. Zeichnen einer Lotgeraden ((F4): „Senkrechte“)</p>	<p>6. Punkt B mit [ENTER] auswählen als Punkt, durch den die Lotgerade verläuft.</p>
 <p>SENKRECHT ZU DIESE HALBGERADE</p> <p>MAIN GRD AUTO FKT</p>	 <p>1: Punkt 2: Punkt auf Objekt 3: Schnittpunkt 4: Gerade 5: Strecke 6: Strahl 7: Vektor</p> <p>BGERADE</p> <p>MAIN GRD AUTO FKT</p>
<p>7. Den Strahl mit [ENTER] auswählen, zu dem die Lotgerade orthogonal sein soll.</p>	<p>8. Den Schnittpunkt markieren ((F2): „Schnittpunkt“)</p>
 <p>DIESE GERADE</p> <p>MAIN GRD AUTO FKT</p>	 <p>1: Ausblenden/Zeigen 2: Spur ein/aus 3: Animation 4: Objektname 5: Text 6: Numerische Eingabe 7: Winkelmarkierung 8: Liniendicke 9: Punktier A: Einheit</p> <p>MAIN GRD AUTO FKT</p>
<p>9. Die beiden Objekte mit [ENTER] auswählen, deren Schnittpunkt markiert werden soll.</p>	<p>10. Den Spurmodus einschalten ((F7): „Spur ein/aus“)</p>





11. Den Punkt mit **[ENTER]** auswählen, dessen Spur gezeichnet werden soll.



12. Mit dem Cursor auf den Strahl gehen und unter konstantem Drücken auf die HAND-Taste () mit den Pfeil-Tasten den Strahl wie einen Hebel bewegen.

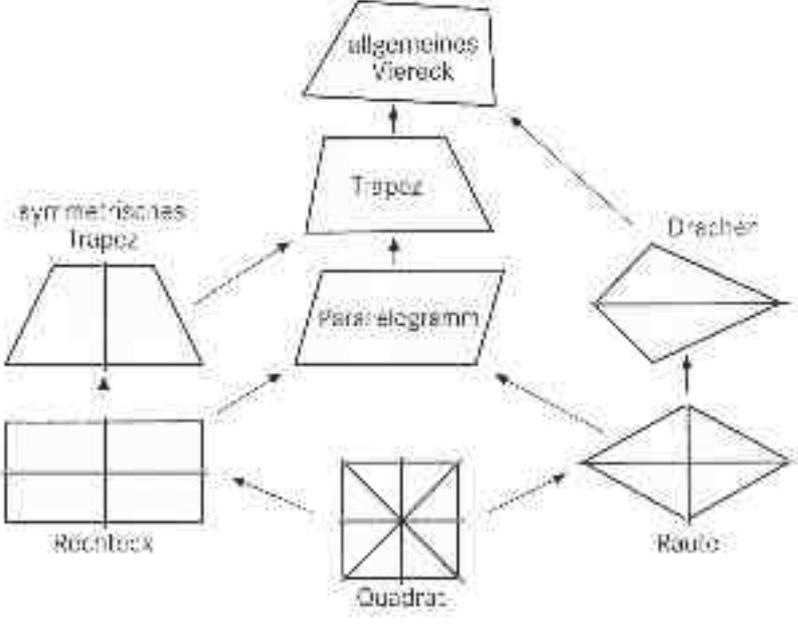
### Hinweis

Um möglichst dicht liegende Punkte zu erhalten, sollte die Hand langsam durch mehrfaches einzelnes Drücken der Pfeiltasten bewegt werden. Ein dauerhaftes Drücken der Pfeiltasten hingegen erzeugt schnell weiter auseinander liegende Punkte.



## 5. Wissensspeicher

### Dreiecke und Vierecke

Vierecke	Anzahl der zur Konstruktion benötigten Größen
	5
	4
	3
	2
	1

#### Symmetrische Vierecke

Viereck mit **4 Symmetrieachsen**: **Quadrat**

Vierecke mit **2 Symmetrieachsen**: **Rechteck** und **Raute**

Vierecke mit **1 Symmetrieachse**: **gleichschenkliges Trapez** und **Drachen**

Viereck mit **Punktsymmetrie**: **Parallelogramm**

#### Kongruenz

Zwei Figuren heißen **kongruent** zueinander, wenn sie in ihrer Form und in den Maßen übereinstimmen.

Zwei **Vielecke** sind **kongruent** zueinander, wenn sie in den Größen entsprechender Seiten und in den Längen entsprechender Seiten übereinstimmen.

Kongruente **Vielecke** stimmen in den Größen entsprechender Seiten und in den Längen entsprechender Seiten überein.

#### Kongruenzsätze für Dreiecke

Zwei Dreiecke sind kongruent zueinander, wenn

- (SSS) die Längen aller drei Seiten paarweise übereinstimmen.
- (SWS) die Längen zweier Seiten paarweise übereinstimmen sowie die Größe des von diesen Seiten eingeschlossenen Winkels.
- (WSW) die Längen einer Seite übereinstimmen sowie die Größen der dieser Seite anliegenden Winkel.
- (SsW) die Längen zweier Seiten paarweise übereinstimmen sowie die Größe des Winkels, welcher der längeren Seite gegenüberliegt.

Sind die in einem Kongruenzsatz genannten Größen gegeben, so ist das Dreieck **eindeutig konstruierbar**. Bei SSS muss berücksichtigt werden, dass zwei Seiten zusammen mindestens so lang sind wie die dritte.

#### Beweisen

Viele Beweise in der Geometrie kann man mithilfe von Symmetrie- oder Kongruenzbetrachtungen durchführen. Bei den Kongruenzbetrachtungen zeigt man, dass einer der Kongruenzsätze anwendbar ist.



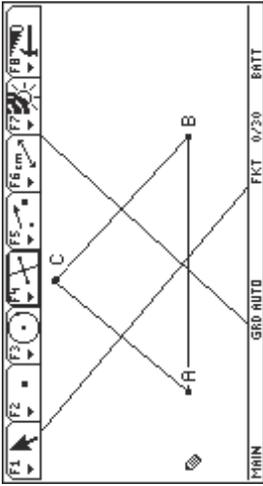
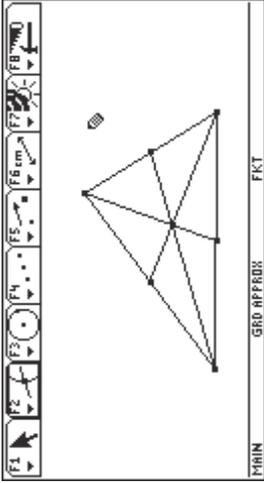
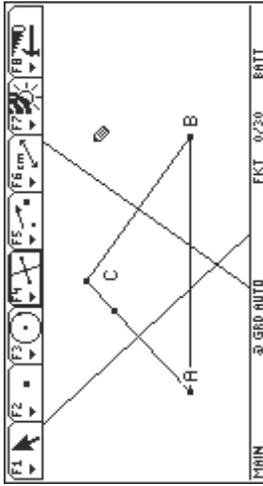
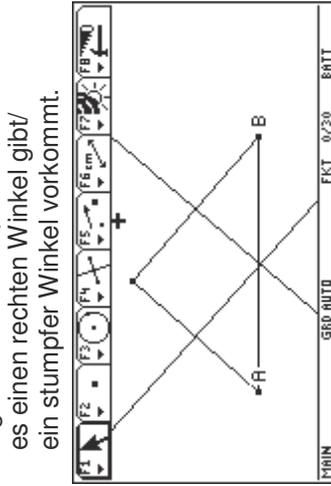
**Transversalen im Dreieck**

**Zusammenfassung der formulierten Merksätze: Besondere Linien und Punkte im Dreieck**

**Ortslinien** werden durch bestimmte Eigenschaften festgelegt. Sie helfen bei der Konstruktion geometrischer Figuren. Du kennst bereits den Kreis als Ortslinie aller Punkte, die von einem Punkt M den gleichen Abstand haben.

	<b>Mittelsenkrechte</b>	<b>Winkelhalbierende</b>	<b>Seitenhalbierende</b>
Ortslinie	Ortslinie aller Punkte, die von den Punkten A und B gleich weit entfernt sind. Die Mittelsenkrechte ist die Symmetrieachse der Strecke $\overline{AB}$ .	Ortslinie aller Punkte, die von den beiden Schenkeln des Winkels gleichen Abstand haben. Die Winkelhalbierende ist die Symmetrieachse des Winkels.	Ortslinie der Mittelpunkte aller „Parallelstreifen“ zu einer Dreiecksseite.
Bild			
Situation im Dreieck			
	Die Mittelsenkrechten schneiden sich in einem Punkt, dem Mittelpunkt des Umkreises.	Die Winkelhalbierenden schneiden sich in einem Punkt, dem Mittelpunkt des Inkreises.	Die Seitenhalbierenden schneiden sich in einem Punkt, dem Schwerpunkt S des Dreiecks. Jede Seitenhalbierende unterteilt das Ausgangsdreieck in zwei flächengleiche Teildreiecke. Der Schwerpunkt teilt die Seitenhalbierenden im Verhältnis 2:1.



<p>Lage des Schnittpunktes</p>	<p>M liegt innerhalb des Dreiecks, wenn alle Winkel spitzwinklig sind.</p> 	<p>W liegt immer im Dreieck.</p>	<p>S liegt immer im Dreieck.</p> 
<p>M liegt außerhalb des Dreiecks, wenn ein stumpfer Winkel vorkommt.</p>		<p>M liegt auf einer Seite, wenn es einen rechten Winkel gibt/ ein stumpfer Winkel vorkommt.</p> 	





## 6. Selbsteinschätzung

Um den Schülerinnen und Schülern mehr Verantwortung für ihr eigenes Lernen zu übertragen, ist es sinnvoll, ihnen Gelegenheit zur Selbsteinschätzung vor einer bewerteten Leistungskontrolle zu geben. Mit den "Ich kann..."-Fragen werden die zum jeweiligen Thema wichtigsten inhaltlich gebundenen Fähigkeiten und Fertigkeiten beschrieben.

Die "Ich kann..."-Tabelle wird von den Lernenden selbstständig ausgefüllt, z.B. auch als Teil einer Hausaufgabe, mit dem Ziel, für die Vorbereitung auf die Klassenarbeit selbst ein individuelles Übungsprogramm aufzustellen. Es muss ja nur das noch geübt werden, was man noch nicht so gut beherrscht. Dazu ist es hilfreich, wenn die Lernenden eine Liste mit Beispielaufgaben erhalten, an denen sie ihre Kompetenz prüfen und ggf. weiter entwickeln können. Es ist wichtig, die Eltern über die Funktion und Chancen dieser Selbsteinschätzungsfragen zu informieren.

Schätze deine Kenntnisse ein und mache ein Kreuz in der entsprechenden Spalte.

Ich kann	ich bin sicher	ich muss noch üben	ich brauche Hilfe
• die Kongruenzsätze nennen.			
• entscheiden und begründen, unter welchen Bedingungen ein Dreieck eindeutig konstruierbar ist.			
• Dreiecke mit drei geeigneten Angaben mithilfe der Kongruenzsätze konstruieren.			
• mithilfe der Kongruenzsätze Anwendungsaufgaben zu Vermessungsproblemen lösen.			
• mithilfe der Kongruenzsätze geometrisch begründen.			
• die Transversalen im Dreieck benennen.			
• Mittelsenkrechten, Winkelhalbierende und Seitenhalbierende im Dreieck konstruieren.			
• die Ortslinieneigenschaft von Mittelsenkrechter, Winkelhalbierender und Seitenhalbierender erläutern.			
• den In- und Umkreis eines Dreiecks konstruieren.			
• den Schwerpunkt eines Dreiecks konstruieren.			
• Anwendungsaufgaben zu Inkreis, Umkreis und Schwerpunkt lösen.			
• Konstruktionsbeschreibungen unter Beachtung der mathematischen Ausdrucksweise erstellen.			
• den Satz des Thales und seine Umkehrung angeben und erläutern.			
• mithilfe des Thalesatzes Konstruktionen durchführen.			
• mithilfe des Satzes von Thales Tangenten an Kreise konstruieren.			
• die behandelten Konstruktionen auch mit DGS durchführen.			



## 7. Klassenarbeitsaufgaben

### Aufgabe 1

Entscheide **ohne Konstruktion**, ob die folgenden Dreiecke eindeutig (kongruent) gezeichnet werden können:

**Begründe** deine Entscheidung schriftlich im Heft!

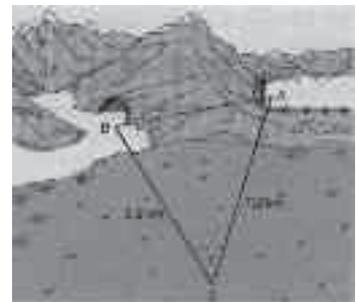
- |    |                      |                      |                      |
|----|----------------------|----------------------|----------------------|
| a) | $c = 4,7 \text{ cm}$ | $b = 5,8 \text{ cm}$ | $a = 11 \text{ cm}$  |
| b) | $c = 5 \text{ cm}$   | $b = 4 \text{ cm}$   | $\beta = 70^\circ$   |
| c) | $a = 4 \text{ cm}$   | $b = 3,5 \text{ cm}$ | $\alpha = 85^\circ$  |
| d) | $a = 4 \text{ cm}$   | $b = 8 \text{ cm}$   | $\alpha = 100^\circ$ |
| e) | $b = 4,7 \text{ cm}$ | $c = 4,7 \text{ cm}$ | $\alpha = 90^\circ$  |
| f) | $c = 9 \text{ cm}$   | $\alpha = 85^\circ$  | $\beta = 95^\circ$   |
| g) | $\alpha = 30^\circ$  | $\beta = 70^\circ$   | $\gamma = 80^\circ$  |

### Aufgabe 2

Ein Straßentunnel soll geradlinig durch einen Berg gebaut werden. Die Entfernung zwischen den Tunneleingängen A und B kann nicht direkt gemessen werden. Um die Länge des Tunnels zu bestimmen, werden von einem geeigneten Punkt C aus die Entfernungen zu den Tunneleingängen A und B, sowie der Winkel  $\gamma$  gemessen.

Man erhält  $\overline{CA} = 7,2 \text{ km}$ ;  $\overline{CB} = 5,9 \text{ km}$  und  $\gamma = 65^\circ$ .

Bestimme die Tunnellänge.



### Aufgabe 3

Die Bürger von Neustadt wünschen sich für die Architekturausstellung ein modernes Bürogebäude, das nicht eckig, sondern kreisförmig und vollständig von Glas umgeben ist. Es kommt aber aufgrund der Größe nur ein Grundstück an der Straßenecke in Frage.

- Bestimme für die Bürger von Neustadt die maximalen Ausmaße des neuen Bürogebäudes.
- Welchen Durchmesser darf das Gebäude haben, wenn ein 80 cm breiter Weg zwischen Gebäude und Straße geplant ist?



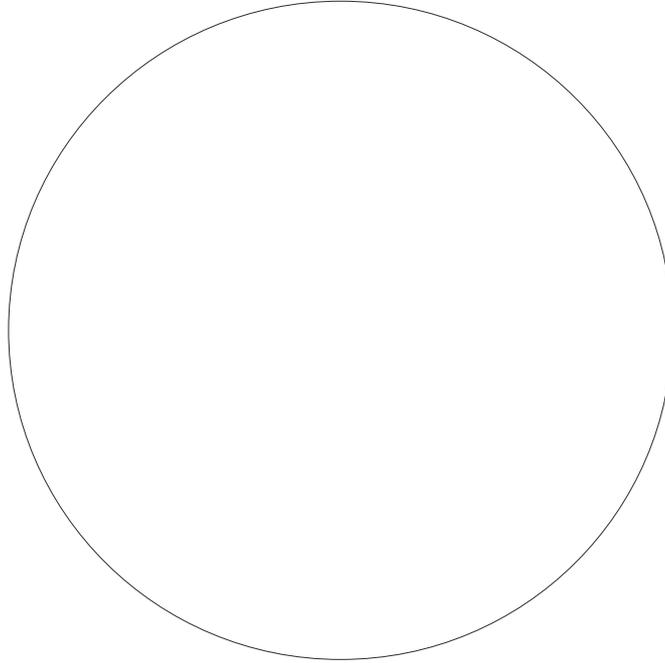
### Aufgabe 4

Zeichne in dein Heft einen Kreis mit Radius 2,5 cm und einen Punkt P, der den Abstand 6 cm vom Mittelpunkt hat. Konstruiere die Tangente von P an den Kreis.



**Aufgabe 5**

Konstruiere (mit Zirkel und Lineal, ohne Längenmessung) den Mittelpunkt des Kreises  
**Begründe** die Konstruktion **im Heft!**



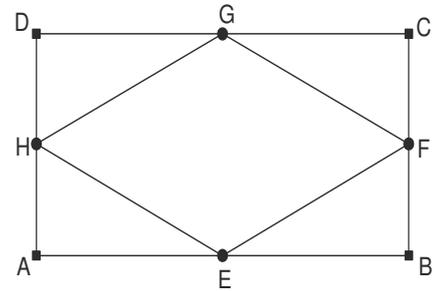
## Weitere Klassenarbeitsaufgaben

### A) Dreiecke und Vierecke

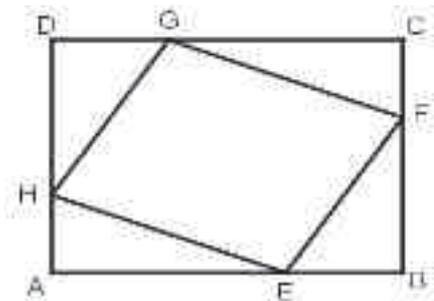
#### Aufgabe

ABCD ist ein Rechteck.

- a) Die Punkte E, F, G und H sind die Seitenmitten. Warum sind die Dreiecke (1) bis (4) zueinander kongruent?



- b) Matrix zeichnet die Punkte E, F, G und H nach einem Drittel der Seite ein. Gibt es auch jetzt noch kongruente Dreiecke?



#### Aufgabe

Kannst du aus den drei gegebenen Größen ein Dreieck konstruieren?

Wenn ja, dann führe die Konstruktion durch,

wenn nein, dann begründe warum es nicht geht.

- $\alpha = 45^\circ$ ,  $\beta = 68^\circ$  und  $\gamma = 67^\circ$
- $\alpha = 110^\circ$ ,  $a = 6,6$  cm und  $c = 4,7$  cm
- $a = 10$  cm,  $b = 4$  cm und  $c = 5,5$  cm

#### Aufgabe

Ein Straßentunnel soll geradlinig durch einen Berg gebaut werden. Die Entfernung zwischen den Tunneleingängen A und B kann nicht direkt gemessen werden.

Um die Länge des Tunnels zu bestimmen, werden von einem geeigneten Punkt C aus die Entfernungen zu den Tunneleingängen A und B, sowie der Winkel  $\gamma$  gemessen.

Man erhält:  $\overline{CA} = 5,6$  km;  $\overline{CB} = 8,8$  km und  $\gamma = 52^\circ$ .

Bestimme die Tunnellänge.

#### Aufgabe

- Konstruiere ein Drachenviereck ABCD aus  $a = 3,6$  cm,  $f = 5$  cm und  $\beta = 100^\circ$ . Die Symmetrieachse des Drachens liege auf der Diagonalen AC.
- Welche Länge darf für die Diagonale BD gewählt werden, damit bei sonst unveränderten Daten der vorigen Teilaufgabe eine Konstruktion überhaupt möglich sein kann.

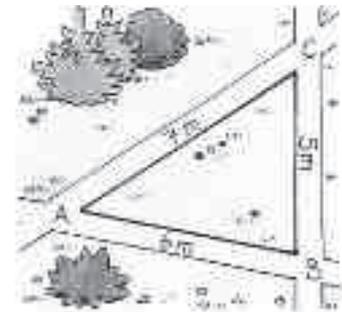


**Aufgabe**

- Zeichne ein Parallelogramm und miss die Winkel. Was stellst du fest?
- Beweise mithilfe eines Kongruenzsatzes, dass im Parallelogramm die gegenüberliegenden Winkel gleich groß sind.

**B) Transversalen im Dreieck****Aufgabe**

Im Stadtpark soll auf der dreieckigen Rasenfläche ein möglichst großes, kreisförmiges Beet angelegt werden.

**Aufgabe**

- Konstruiere zu einem beliebigen Dreieck ABC den Umkreis.
- Beschreibe die Lage des Umkreismittelpunkts, wenn der Punkt C auf einer Parallelen zur Seite c wandert. Beschreibe die Lage des Umkreismittelpunkts, wenn das Dreieck spezielle Formen hat.
- Gibt es eine Dreiecksform, bei der der Mittelpunkt des Umkreises auch gleichzeitig Mittelpunkt des Inkreises ist?  
Falls ja, gib die Form an. Falls nein, begründe, warum es ein solches Dreieck nicht gibt.

**Aufgabe**

Beschreibe ein Verfahren, mit dem du ohne einen Winkelmesser (dir stehen nur Lineal und Zirkel zur Verfügung) einen Winkel von  $45^\circ$  konstruieren kannst.

**Aufgabe**

Lisa war krank und hat nicht mitbekommen, was eine Ortslinie ist. Erkläre es ihr an einem selbst gewählten Beispiel.

**Aufgabe**

Konstruiere im Heft das Dreieck ABC, von dem folgende Stücke bekannt sind:

$$c = 7 \text{ cm} \quad , \quad \alpha = 48^\circ \quad , \quad s_c = 5,1 \text{ cm} .$$

Beschreibe deine Konstruktion.

**Aufgabe**

Begründe, dass in einem gleichseitigen Dreieck der Umkreismittelpunkt auch der Schwerpunkt ist.



**Aufgabe**

Zeichne im Heft das Dreieck ABC und konstruiere den Schwerpunkt.

$$a = 6,7 \text{ cm} \quad , \quad \beta = 75^\circ \quad , \quad c = 4,3 \text{ cm} \quad .$$

Erkläre die Bedeutung des Schwerpunktes.

**C) Thales****Aufgabe**

Ein Ausflugsboot verlässt den Anleger von Felshude mit einer Geschwindigkeit von 12 km/h. Nach 20 Minuten sieht man die Festung Friedrichstein unter einem Winkel von  $90^\circ$  zum Anleger.

Bestimme die Position des Bootes. (Felshude-Friedrichstein 6 km).



# C A I i M E R O

Computer-Algebra im Mathematikunterricht  
Entdecken, Rechnen, Organisieren



**Mehrstufige Zufallsexperimente**

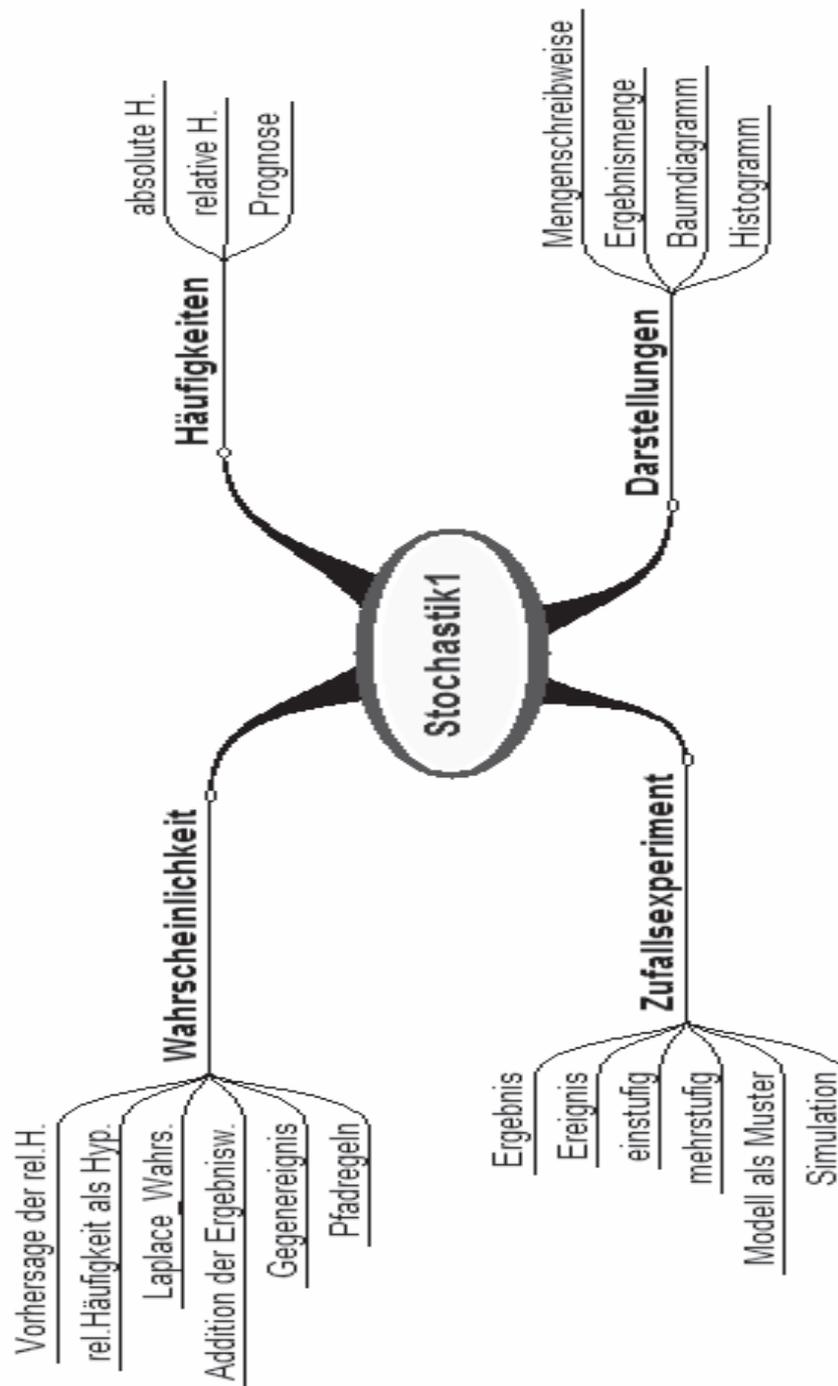
**L e h r e r m a t e r i a l i e n**

**Überblick über den Unterrichtsverlauf**

Stunde		Seite
1	Einstiegsaufgabe: Lehrer Lampe.....	63
2	Einführung des Baumdiagramms; Erarbeitung der beiden Pfadregeln.....	64
3	Urnenmodelle mit/ohne Zurücklegen .....	65
4 – 5	Übungsstunde.....	65
6 – 7	Das reduzierte Baumdiagramm.....	65



Mind Map mit den Inhalten



**Prozess- und inhaltsbezogene Kompetenzen**

Anhand dieses Unterrichtsmaterials können bei entsprechender methodischer Umsetzung folgende prozessbezogenen Kompetenzen des Kerncurriculums von den Schülerinnen und Schülern schwerpunktmäßig erworben werden:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• präzisieren Vermutungen und machen sie einer mathematischen Überprüfung zugänglich, auch unter Verwendung geeigneter Medien</li> <li>• beschaffen sich notwendige Informationen für mathematische Argumentationen und bewerten diese</li> <li>• erläutern mathematische Sachverhalte, Begriffe, Regeln, Verfahren und Zusammenhänge unter Zuhilfenahme formaler Darstellungen</li> <li>• vergleichen und bewerten verschiedene Lösungsansätze und Lösungswege</li> </ul>	<p><b>Probleme mathematisch lösen</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erfassen inner- und außermathematische Problemstellungen und beschaffen die zu einer Problemlösung noch fehlenden Informationen</li> <li>• beurteilen ihre Ergebnisse, vergleichen und bewerten Lösungswege und Problemlösestrategien</li> </ul>	<p><b>Mathematisch modellieren</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• wählen Modelle zur Beschreibung überschaubarer Realsituationen und begründen ihre Wahl</li> </ul>	<p><b>Mathematische Darstellungen verwenden</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• stellen Zufallsversuche durch Baumdiagramme dar und interpretieren diese</li> </ul>	<p><b>Mit symbolischen, formalen, ...</b></p>	<p><b>kommunizieren</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• teilen ihre Überlegungen anderen verständlich mit, wobei sie zunehmend die Fachsprache benutzen</li> <li>• präsentieren Lösungsansätze und Lösungswege, auch unter Verwendung geeigneter Medien</li> <li>• verstehen Überlegungen von anderen zu mathematischen Inhalten, überprüfen diese auf Schlüssigkeit und gehen darauf ein</li> <li>• strukturieren, interpretieren, analysieren und bewerten Daten und Informationen aus Texten und mathematik-haltigen Darstellungen</li> </ul>
---	---	---	--	---	---

Mit diesem Unterrichtsmaterial werden folgende inhaltsbezogenen Kompetenzen vermittelt

<p style="text-align: center;"><b>Daten und Zufall</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• identifizieren mehrstufige Zufallsexperimente und führen eigene durch</li> <li>• stellen mehrstufige Zufallsexperimente im Baumdiagramm mit den entsprechenden Wahrscheinlichkeiten dar</li> <li>• begründen die Multiplikationsregel zur Ermittlung der Wahrscheinlichkeitsverteilung und wenden sie an</li> </ul>
---

**Rechnerfreie Fertigkeiten**

Neben den üblichen Bruchrechenfertigkeiten, die hier benötigt werden, lernt man neu:

- Notieren von Ergebnissen, Ereignissen und Wahrscheinlichkeiten in verschiedenen Schreibweisen.
- Das Aufstellen und Beschriften eines einfachen Baumdiagramms mit der Hand.
- Die Interpretation eines Baumdiagramms im Sachzusammenhang.



<b>Thema :</b> 1. Mehrstufige Zufallsexperimente	<b>Dauer:</b> 7 Stunden
Ausgehend von einer kurzen Wiederholung der in Klasse 6 erarbeiteten Begriffe anhand des Einstiegsbeispiels werden mehrstufige Zufallsexperimente untersucht. Dabei wird das Baumdiagramm als wichtige Strukturierungshilfe und Instrument zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten eingeführt. Die Schülerinnen und Schüler lernen die beiden Pfadregeln (Multiplikations- und Additionsregel) und wenden diese auf unterschiedliche Anwendungsbeispiele an. Dabei werden auch reduzierte Baumdiagramme verwendet. Die Schülerinnen und Schüler lernen mit Urnenmodellen (mit/ohne Zurücklegen) zu modellieren.	
<b>Besondere Materialien/Technologie:</b>	
LM1: Kopiervorlage für vierstufige Baumdiagramme ABA:.1 – 1.4	

**Ablauf der Stunde 1:**

Inhalt	Medien	Kommentar
<p>Einstieg</p> <p>Präsentation der Einstiegsaufgabe "Lehrer Lampe" (Aufgabe 1)</p> <p>Einige S. ermitteln ihre Note durch den vierfachen Münzwurf zur Verdeutlichung des Zufallsexperiments.</p> <p>Hypothesen und Ideen zum Ausfall der Klassenarbeit</p>	Tafel, Münze	LV Demonstrationsexp.  UG
<p>Erarbeitung</p> <p>Simulation des vierfachen Münzwurfs (28 mal; ggf. Anpassung auf die vorhandene Klassenstärke)</p> <p>Im Vorfeld ggf. die Begriffe absolute und relative Häufigkeit wiederholen.</p> <p>L. bereitet eine Übersichtstabelle vor, in der die S. ihre Ergebnisse eintragen.</p>	AB 1.1 Aufgabe 1b)  Tafel, Folie oder Excel- Tabelle	PA
<p>Auswertung</p> <p>Besprechung der Ergebnisse und Ermittlung einer gemeinsamen Prognose, dabei Wiederholung und Festigung der grundlegenden Begriffe (Ereignis, Ergebnis, Abgrenzung von relativer Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit)</p> <p>Falls noch Zeit vorhanden, kann ein Histogramm erstellt werden.</p>	AB 1.1 Aufgabe 1c)	UG
<p>Hausaufgabe</p> <p>Aufzählung aller möglichen Ergebnisse in der Form WZWW, ... .</p> <p>Berechnung der Wahrscheinlichkeiten</p>	AB 1.1 Aufgaben 1d), 1e)	



**Ablauf der Stunde 2:**

Inhalt	Medien	Kommentar										
<p>Einstieg</p> <p>Besprechung der HA</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 50%; padding: 5px;">WWWW</td> <td style="width: 50%; padding: 5px;"><math>p = \frac{1}{16}</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">WWWZ; WWZW; WZWW; ZWWW</td> <td style="padding: 5px;"><math>p = \frac{4}{16}</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">WWZZ; WZWZ; ZWWZ; ZWZW; ZZWW; WZZW</td> <td style="padding: 5px;"><math>p = \frac{6}{16}</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">ZZZW; ZZWZ; ZWZZ; WZZZ</td> <td style="padding: 5px;"><math>p = \frac{4}{16}</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">ZZZZ</td> <td style="padding: 5px;"><math>p = \frac{1}{16}</math></td> </tr> </table> <p>Problemfrage: Wie kann man sicherstellen, dass man kein Ergebnis vergessen hat?</p>	WWWW	$p = \frac{1}{16}$	WWWZ; WWZW; WZWW; ZWWW	$p = \frac{4}{16}$	WWZZ; WZWZ; ZWWZ; ZWZW; ZZWW; WZZW	$p = \frac{6}{16}$	ZZZW; ZZWZ; ZWZZ; WZZZ	$p = \frac{4}{16}$	ZZZZ	$p = \frac{1}{16}$	Tafel	
WWWW	$p = \frac{1}{16}$											
WWWZ; WWZW; WZWW; ZWWW	$p = \frac{4}{16}$											
WWZZ; WZWZ; ZWWZ; ZWZW; ZZWW; WZZW	$p = \frac{6}{16}$											
ZZZW; ZZWZ; ZWZZ; WZZZ	$p = \frac{4}{16}$											
ZZZZ	$p = \frac{1}{16}$											
<p>Erarbeitung</p> <p>L. präsentiert das Baumdiagramm als eine weitere Strukturierungsform.</p> <p>Die einzelnen Zweige im Baumdiagramm werden beschriftet.</p> <p>Unter Rückgriff auf die in der HA berechneten Wahrscheinlichkeiten werden die beiden Pfadregeln erarbeitet.</p> <p>S. vervollständigen auf der Kopie (LM1) das Baumdiagramm und identifizieren die Ereignisse.</p>	Kopien LM1	<p>Impuls:</p> <div style="text-align: center; margin: 10px 0;">  </div> <p>zusammengehörige Ergebnisse farbig markieren</p>										
<p>Vertiefung</p> <p>Falls noch Zeit vorhanden, soll Aufgabe 2 bearbeitet werden. Die Gegenüberstellung von Wahrscheinlichkeiten und absoluten Häufigkeiten in dieser Aufgabe erleichtert und vertieft das Verständnis der Pfadregeln.</p>	AB 1.1 Aufgabe 2											
<p>Hausaufgabe</p> <p>Mögliche Hausaufgaben je nach Stundenverlauf:</p> <p>Aufgabe 2</p> <p>Falls Aufgabe 2 schon in der Stunde vollständig bearbeitet ist:</p> <p>Entwirf ein eigenes zweistufiges Wegenetz ähnlich wie in Aufgabe 2 und bestimme die Wahrscheinlichkeit, in einen von dir festgelegten Raum A zu gelangen.</p>												



**Ablauf der Stunde 3:**

Inhalt	Medien	Kommentar
Einstieg Besprechung der HA		
Erarbeitung Anhand der Aufgabe 3 wird das Urnenmodell "ohne Zurücklegen" eingeführt. Anschließend sollen mit Aufgabe 4 die beiden Modelle "mit – und ohne Zurücklegen" gegenübergestellt werden. Hier kann sich eine arbeitsteilige Vorgehensweise anbieten. Im Falle von Zeitknappheit kann Aufgabe 3 entfallen bzw. zur Festigung in der HA gestellt werden.	AB 1.2 Aufgaben 3 u. 4	UG, PA  PA
Hausaufgabe Mögliche Hausaufgaben je nach Stundenverlauf: Aufgabe 3 oder Aufgaben 5 und 6	AB 1.2 Aufgabe 3 oder Aufgaben 5 und 6	

**Ablauf der Stunden 4 und 5:**

Inhalt	Medien	Kommentar
In diesen beiden Stunden soll das bisher erarbeitete angewandt und geübt werden. Dazu stehen die Aufgaben 7 – 12 zur Verfügung.	AB 1.3 und 1.4 Aufgaben 7 bis 12	
Im Laufe dieser Stunden soll eine Zusammenfassung und Erarbeitung des Wissensspeichers erfolgen.	Wissens- speicher	

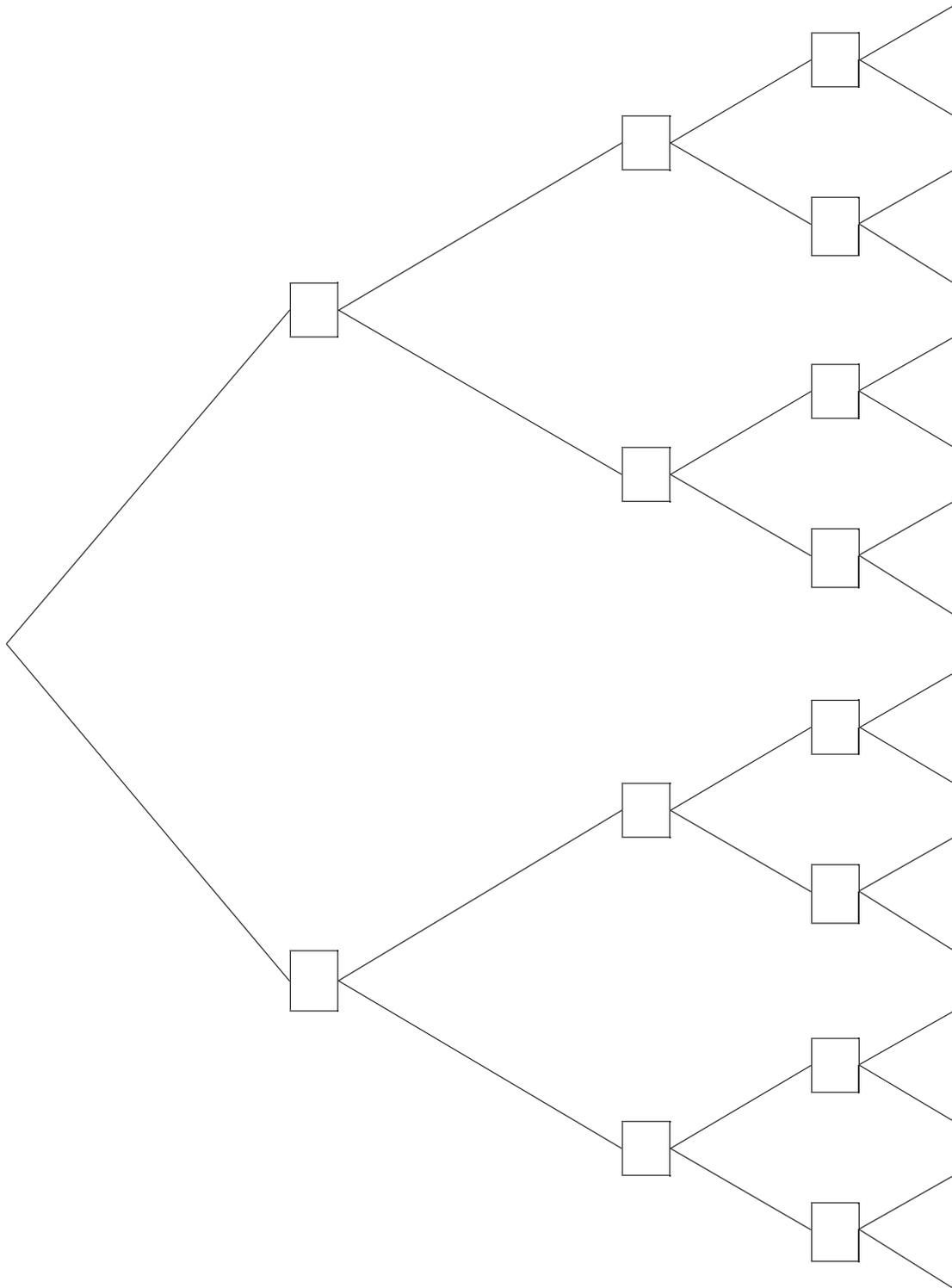
**Ablauf der Stunden 6 und 7:**

Inhalt	Medien	Kommentar
Anhand der Aufgabe 13 soll die Verwendung eines reduzierten Baumdiagramms eingeführt werden.	Blatt 1.4 Aufgabe 13	
Zur Übung sind die Aufgaben 14 bis 16 gedacht.	Blatt 1.4 Aufgaben 14 bis 16	
Aufnahme „Reduziertes Baumdiagramm“ in den Wissensspeicher.	Wissens- speicher	



2. Lehrermaterial (Kopiervorlage)

LM 1



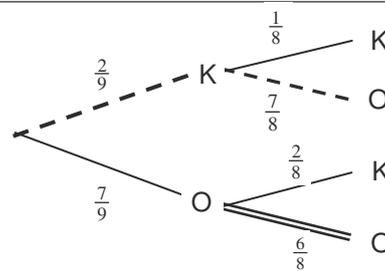
### 3. Wissensspeicher

#### Mehrstufiges Zufallsexperiment

Ein Zufallsexperiment, das aus mehreren Teilversuchen besteht, wird als mehrstufiges Zufallsexperiment bezeichnet. Dabei können die einzelnen Teilversuche nacheinander oder gleichzeitig durchgeführt werden.

#### Baumdiagramme

Mehrstufige Zufallsexperimente können mit Baumdiagrammen dargestellt werden. Jeder Ast des Baumdiagramms entspricht dabei dem Ergebnis eines Teilversuchs, jeder Pfad dem Ergebnis des gesamten Zufallsexperimentes.



Pfad: - - - - -

Ast: = = = = =

#### Pfadregel

Die Wahrscheinlichkeit für ein Ergebnis erhält man, indem man die Wahrscheinlichkeiten längs des zugehörigen Pfades multipliziert.

#### Summenregel (Formulierung für Baumdiagramme)

Die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses erhält man, indem man die Wahrscheinlichkeiten der zugehörigen einzelnen Pfade addiert.

#### Ziehen mit oder ohne Zurücklegen

Wird bei einer Ziehung nicht zurückgelegt, so bleiben die Wahrscheinlichkeiten auf jeder Stufe des Baumdiagramms gleich.

Wird bei einer Ziehung zurückgelegt, so ändern sich die Wahrscheinlichkeiten auf jeder Stufe des Baumdiagramms.

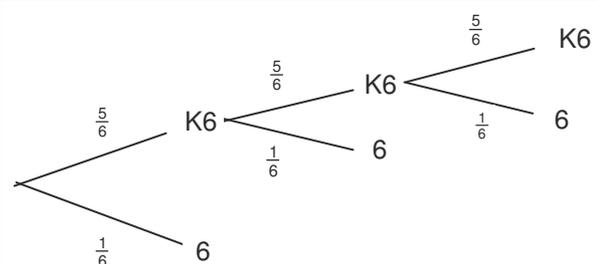
#### Ziehen auf einen Griff

Das Ziehen auf einen Griff ist Ziehen ohne Zurücklegen, wobei die Reihenfolge keine Rolle spielt.

#### Reduziertes Baumdiagramm

Nicht immer ist es notwendig, alle Äste eines Baumdiagramms zu zeichnen, um ein Problem zu bearbeiten. Beispiel: Man wirft einen Würfel, bis eine 6 fällt, höchstens jedoch dreimal.

K6: es fällt keine 6  
6: es fällt eine 6



**3. Selbsteinschätzung**

Schätze deine Kenntnisse ein und mache ein Kreuz in der entsprechenden Spalte.			
<b>Ich kann</b>	<b>ich bin sicher</b>	<b>ich muss noch üben</b>	<b>ich brauche Hilfe</b>
• den Unterschied zwischen einer relativen Häufigkeit und einer Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses nennen.			
• angeben, was man unter einem mehrstufigen Zufallsexperiment versteht.			
• zu einem mehrstufigen Zufallsversuch ein Baumdiagramm erstellen.			
• ein Beispiel nennen, dass zu einem Zufallsexperiment „Ziehen <i>mit Zurücklegen</i> “ passt.			
• ein Beispiel nennen, dass zu einem Zufallsexperiment „Ziehen <i>ohne Zurücklegen</i> “ passt.			
• ein Ergebnis von einem Ereignis unterscheiden und dies in einem Baumdiagramm verdeutlichen.			
• die Wahrscheinlichkeit entlang eines Pfades berechnen (Pfadregel).			
• die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses mithilfe eines Baumdiagramms berechnen (Summenregel).			
• die Wahrscheinlichkeit bei einer Ziehung ohne Zurücklegen mithilfe eines Baumdiagramms berechnen.			
• die Wahrscheinlichkeit bei einer Ziehung mit Zurücklegen mithilfe eines Baumdiagramms berechnen.			
• Wahrscheinlichkeiten bei Zufallsexperimenten mit mehr als zwei Stufen mithilfe eines reduzierten Baumdiagramms berechnen.			



#### 4. Klassenarbeitsaufgaben

##### Aufgabe 1

Eine Münze und ein Würfel werden nacheinander geworfen. Zeigt die Münze Wappen und der Würfel eine 4, hat Spieler A gewonnen. Zeigt die Münze Zahl und der Würfel eine Primzahl, hat B gewonnen. In allen anderen Fällen ist das Spiel unentschieden.

- Gib alle möglichen Spielergebnisse an.
- Stelle das Spiel durch ein geeignetes Baumdiagramm dar.
- Entscheide begründet den Einfluss der Reihenfolge, in der Würfel und Münze geworfen werden, auf die Lösung.
- Da Spieler A sich benachteiligt fühlt, fordert er eine Änderung der Spielregeln, sodass das Spiel gerecht wird. Gib einen begründeten Vorschlag an!

##### Aufgabe 2

Aus einer Klasse werden 6 Personen ausgewählt. Gesucht ist die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens zwei dieser Personen im gleichen Monat Geburtstag haben.

Um diesen Vorgang zu simulieren, benötigen wir Zufallszahlen zwischen 1 und 12.

- Beschreibe, wie du 6 Zufallszahlen mit dem Taschencomputer erzeugen kannst.
- Jan würfelt 6-mal mit zwei Würfeln und erhält mithilfe der jeweiligen Augensumme auch ein Ergebnis.  
Beurteile die beiden Vorgehensweisen auf ihre Eignung als Simulation.

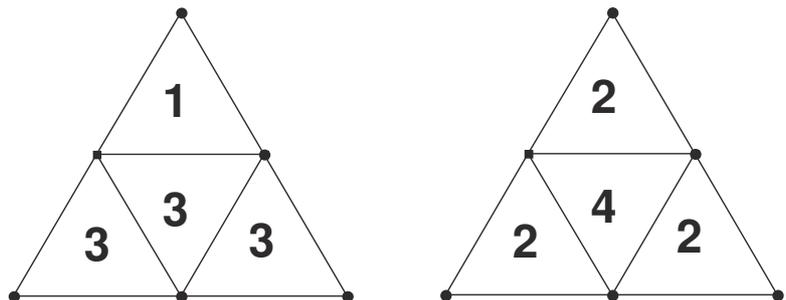
##### Aufgabe 3

Hans hat in seiner Hosentasche 4 rote, 6 grüne und 8 blaue gleichgroße Murmeln.

- Er zieht eine Murmel. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, (I) eine rote, (II) eine grüne, (III) eine blaue Murmel aus der Hosentasche zu ziehen?
- Hans legt die in a) gezogene Kugel wieder zurück in seine Hosentasche! Dann zieht er nacheinander zwei Murmeln aus seiner Hosentasche, wobei er die erste Murmel zurücklegt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit zieht er (I) zwei rote, (II) zwei blaue, (III) zwei gleichfarbige Murmeln? Zeichne auch den zugehörigen Baum.
- Wie ändert sich die Wahrscheinlichkeit, zwei rote Murmeln zu ziehen, wenn Hans die erste Murmel nicht zurücklegt? Begründe!

##### Aufgabe 4

Es werden zwei Tetraeder mit nebenstehenden Netzen geworfen. Es gewinnt der Tetraeder, bei dem die höhere Augenzahl unten liegt. Welchen Tetraeder würdest Du wählen? Begründe ausführlich!



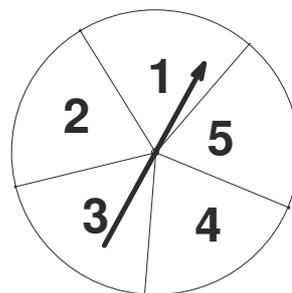
##### Aufgabe 5

Nebenstehendes Glücksrad trägt die Ziffern 1 bis 5 in gleichgroßen Feldern.

Es wird dreimal gedreht und die drei Ziffern hintereinander als dreistellige Zahl geschrieben.

Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass

- die Zahl aus drei gleichen Ziffern besteht,
- in der Zahl die Ziffer 1 zweimal auftritt,
- die Zahl ungerade ist.



**Das sollst Du im Kopf können****Aufgabe 1**

- a) Berechne das 15-fache von 600 m.
- b) Nenne drei Zahlen zwischen 120 und 170, die durch 9 teilbar sind.
- c) Gib zwei Beispiele an für mögliche Längen und Breiten eines Rechtecks, dessen Flächeninhalt  $45 \text{ cm}^2$  beträgt.
- d) Ist jede Raute ein Parallelogramm?
- e) Notiere  $7,9 \text{ m}^2$  in der nächst größeren und in der nächst kleineren Einheit.
- f) Berechne 80 % von 3000 €.
- g) Gib die Koordinaten eines Punktes an, der auf der x-Achse des Koordinatensystems liegt.
- h) Rechne  $\frac{3}{2}$  um in eine Dezimalzahl.
- i) Zwei Fünftel von 340 Kinoplätzen sind belegt. Wie viele Plätze sind noch frei?
- j) Ordne die Brüche  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{3}{5}$  und  $\frac{3}{7}$  und beginne mit dem kleinsten!

**Aufgabe 2**

- a) Berechne das 22-fache von 45.
- b) Es ist genau 19.00 Uhr. Welchen Winkel schließen die beiden Uhrzeiger (**Minuten- und Stundenzeiger**) ein?
- c) Bestimme drei verschiedene Divisionsaufgaben, die das Ergebnis  $-12$  haben.
- d) Nenne drei Körper, die ein Quadrat als Grundfläche besitzen (können)?
- e) Wie viele  $\text{mm}^3$  sind in einem  $\text{dm}^3$ ?
- f) Berechne 30 % von 210 km.
- g) In einem Koordinatensystem ist der Punkt P (3 | 4) gegeben. Q sei von P der Spiegelpunkt an der x-Achse und R der Spiegelpunkt am Punkt O (0 | 0). Bestimme die Koordinaten der beiden Spiegelpunkte von P.
- h) Berechne  $85,4 - 121,7$ .
- i) Aus einem vollen 25 Liter-Fass werden 35 Gläser zu 0,4 Liter abgefüllt. Wie viele Liter Flüssigkeit bleiben noch im Fass?
- j) Was ist größer?  $\frac{17}{36}$  oder  $\frac{4}{9}$

**Aufgabe 3**

- a) Stelle eine Gleichung zu folgender Bedingung auf: „Ein Drittel einer Zahl vermindert um 2 ergibt 5.“
- b) Gib die Quadratzahlen von 1,5 und 0,14 an.
- c) Berechne  $\frac{2}{5}$  von 130 km.
- d) Löse die Gleichung  $4 \cdot x - 5 = -9$ .
- e) 4 CDs kosten 60 €. Wie viel kosten 7 CDs?
- f) Der Preis einer Ware ist von 80 € auf 90 € gestiegen. Um wie viel Prozent wurde der Preis erhöht?
- g) Beschreibe die Lage des Punktes P (-3 | 4) im Koordinatensystem.



**Aufgabe 4**

a) Stelle das „Profil“ in Prozent dar.



b) Die Packung hat ein Gewicht von 200 g. Wie viele Gramm Fett enthält sie?



c) Wie viel Gramm Butter sind in der Packung?



d) Übertrage die Informationen über Anteile in Prozent.

## Neue Morgenpost

---

..Nr.3 unabhängig . überparteilich . erstaunlich

---

*Fachleute sehen gefährliche Entwicklung*

### Nur zwei Drittel der Schüler frühstücken

**Frankfurt/M.**(dpa) Nur zwei Drittel der 6- bis 14-jährigen frühstücken, bevor sie in die Schule gehen. Ein Pausenbrot nimmt nach Angaben von Experten nur etwa jeder zweite Schüler mit. Die Fachleute der deutschen Gesellschaft für Ernährung sehen darin eine gefährliche Entwicklung, weil Kinder mit dem ersten und dem zweiten Frühstück etwa ein Drittel ihres täglichen Energiebedarfs decken sollten. Folgen können Leistungsschwächen, Müdigkeit oder sogar Übelkeit sein.

e) Wie viele Euro bringt das?



**Aufgabe 5****Klammern**

Setze bei den folgenden Gleichungen Klammern, sodass eine wahre Aussage entsteht.

$$3 + 2 \cdot 4 + 1 = 25$$

$$3 + 2 \cdot 4 + 1 = 21$$

$$3 + 2 \cdot 4 + 1 = 13$$

**Termbildung**

Bilde aus den vier Zahlen einen Term, der die untere Zahl ergibt

2	3	7	11
<b>100</b>			

2	3	11	5
<b>72</b>			

11	5	17	4
<b>2</b>			

**Passt der Term?**

Multipliziere die Summe aus einer Zahl und deren Kehrwert mit 4 und subtrahiere das Doppelte der Zahl.

Zu welchem der angegebenen Terme passt der Text?

$$4 \cdot \left( x - \frac{1}{x} \right) - 2x$$

$$4 \cdot \left( x + \frac{1}{x} \right) - 2x$$

$$4x + \frac{1}{x} - 2x$$

$$4 \cdot \left( x - \frac{1}{x} \right) - 2x$$

Multipliziere die Summe aus dem 5-fachen einer Zahl und der Hälfte der Zahl mit 9 und subtrahiere die Zahl. Gib einen Term an, der zum Text passt.

**Aufgabe 6**

Hannes sollte zu der Zuordnungsvorschrift  $y = 20 - \frac{1}{4}x$  die Wertetabelle aufstellen.

x	2	7	16	18	20
y	19,5	18	16	15,2	15

- a) Ihm sind dabei Fehler unterlaufen; finde und korrigiere sie.
- b) Die Zuordnungsvorschrift soll den Abbrennvorgang einer Kerze beschreiben. Dabei ist x die Brenndauer in Stunden und y die Höhe der Kerze in cm.
  - Ermittle die Kerzenlänge beim Anzünden und die gesamte Brenndauer.
  - Finde heraus, wie lange eine 6 cm lange Kerze noch brennen kann.



## Das ist dein Basiswissen

In jedem Unterrichtsbaustein lernen die Schülerinnen und Schüler wichtige mathematische Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren sowie deren typische Anwendungen kennen. Diese Lerninhalte sind auch für erfolgreiches Weiterlernen von zentraler Bedeutung. Wir nennen solche Lerninhalte kurz: Basiswissen.

Um nachzuweisen, ob man dieses Basiswissen zumindest elementar beherrscht, eignen sich bestimmte Aufgaben- oder Fragetypen. Zunächst muss man den zentralen Begriff, den Zusammenhang oder das Verfahren sowie eine typische Anwendung "identifizieren" können. Mithilfe der definierenden Merkmale des Begriffs "Parallelogramm" muss z.B. herausgefunden werden können, ob eine gegebene Figur ein Parallelogramm ist oder nicht und das Ergebnis muss auch kurz verbal begründet werden können. Und schließlich sollte man auch "realisieren" können. Bei einem mathematischen Begriff bedeutet das, ein Beispiel und ein Gegenbeispiel angeben zu können, also ein Beispiel für einen proportionalen Zusammenhang und eins, das nicht proportional ist. Bei einem Kongruenzsatz müsste man eine Situation angeben, auf die er angewendet werden kann und eine, wo das nicht geht. Dann kann man davon ausgehen, dass der Zusammenhang grundsätzlich verstanden wurde. Gleiches gilt für Verfahren, die sich ja häufig aus Sätzen gewinnen lassen: Die Lernenden sollten eine Termstruktur angeben können, die mithilfe der 3. binomischen Formel umgeformt werden kann und eine, bei der diese Formel keine sinnvolle Anwendung finden kann.

Um zu sichern, dass das verstandene Basiswissen auch möglichst gut und längerfristig verfügbar ist, eignen sich z.B. die Kopfübungen. Hier werden zentrale Elemente des aktuellen Basiswissens langfristig integriert und immer wieder aufgegriffen und damit wach gehalten.

### Aufgabe 1

I. In einem Parkhaus gelten die folgenden Tarife:

Die erste halbe Stunde kostet 50 Ct, bis zu 2 Std. kosten 3 €, jede weitere angefangene Stunde kostet 1 €. Auf der gegenüberliegenden Straßenseite steht eine Parkuhr. Hier muss man im Voraus Geld einwerfen: 1 € pro Stunde.

- Frau Meyer hat einen Arzttermin, sie kann die Zeitdauer vorher nicht genau abschätzen. Nach 2 Stunden und 15 min ist sie wieder bei ihrem Wagen. Wo sollte sie parken?
- Zeichne jeweils einen Graphen, der die Zuordnung *Parkdauer* → *Parkgebühr* beschreibt.

II. Gegeben ist die folgende lückenhafte Tabelle:

<b>Fläche (m<sup>2</sup>)</b>	2	4	5	10	20	50	70
<b>Farbe (Liter)</b>			12				

- Ergänze die Tabelle und veranschauliche sie grafisch.
- Erweitere die Tabelle durch die Werte 7 m<sup>2</sup>, 30 m<sup>2</sup>, 95 m<sup>2</sup>, 20 Liter und 100 Liter.

### Aufgabe 2

Eine Expedition macht sich zu einer Trekking-Tour auf. Der vorhandene Lebensmittelvorrat reicht bei 9 Teilnehmern für genau 20 Tage.

a) Ergänze die folgende Tabelle und beschreibe deine Vorgehensweise:

<b>Personenzahl</b>	9	18	36	3	2
<b>Vorrat reicht für .... Tage</b>	20				

- Stelle die Zuordnung grafisch dar
- Stelle Fragen an deinen Nachbarn, die dieser mithilfe der Tabelle beantworten kann.
- Bewerte die Angaben in der Tabelle.



**Aufgabe 3**

I. Bei einem Fernsehquiz muss sich der Gewinner entscheiden.

Variante 1: Er erhält 12 Monate lang jeden Monat Geld: Im ersten Monat 100 €, im zweiten 200 €, im dritten 300 € usw..

Variante 2: Er erhält 1 Jahr lang jeden Monat 500 €.

Wie soll sich der Gewinner entscheiden?

Betrachte dazu die Zuordnung *Zeit in Monaten* → *Gesamtes Geld am Monatsende*

II. In den USA werden Temperaturen in °F (Grad Fahrenheit) gemessen. Jede Temperatur in °C (Grad Celsius) kann man umrechnen in °F indem man °C mit  $\frac{9}{5}$  multipliziert und die Zahl 32 addiert.

a) Fülle die Tabelle aus:

Temperatur (°C)	0	10	20	30	50	70	100
Temperatur (°F)							

b) Stelle die Zuordnung grafisch dar.

c) Im letzten Sommer war es bei uns 41 °C heiß. Was würde ein amerikanisches Thermometer anzeigen?

d) Die höchste gemessene Temperatur in Amerika wurde im "Tal des Todes" gemessen: 143 °F. Erkläre deinem Freund, wie du diese Temperatur in °C ermittelst.

e) Erstelle mit deinem Rechner eine Umrechnungstabelle.

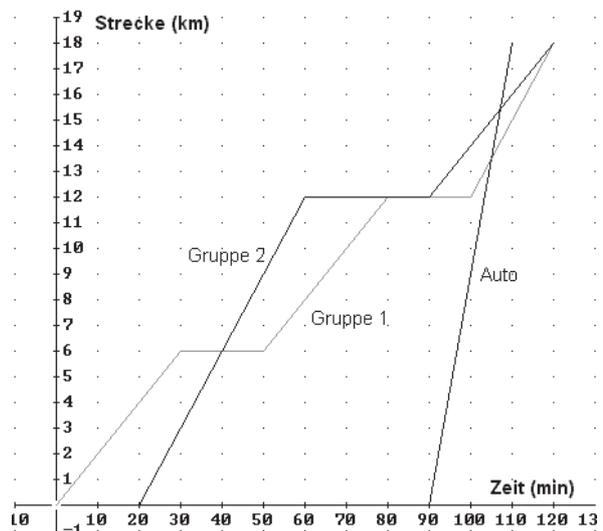
f) Für eine ungefähre Umrechnung von Celsius (°C) nach Fahrenheit (°F) wird eine Faustregel vorgeschlagen: Verdopple die Temperatur von °C und addiere 30. Bestimme den Fehler dieser Regel bei einer Temperatur von 25 °C.

g) Bei welcher Temperatur in °C geben die beiden Formeln die gleiche Temperatur in °F an?

**Aufgabe 4**

Zwei Radfahrergruppen und ein Autofahrer fahren vom Bahnhof bis zum Seeufer. Die erste Radfahrergruppe startet um 14.00 Uhr.

- a) Beschreibt anhand des Diagramms die Fahrt jeder Radfahrergruppe und die Fahrt des Autos.
- b) Formuliert Fragen und Aufgabenstellungen zu dem Diagramm.



**Aufgabe 5**

Ordne jedem der Gefäße die passende Füllkurve mit Begründung zu.



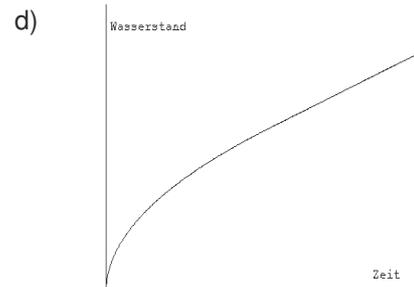
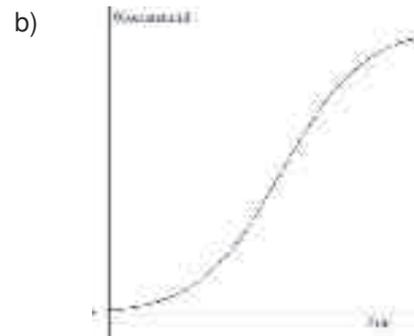
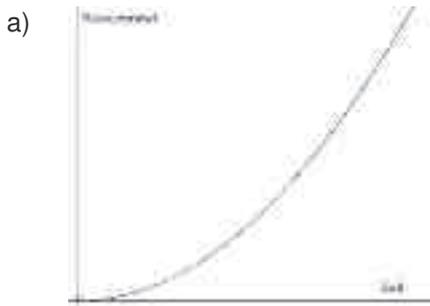
A



B



C



**Aufgabe 6**

Prüfe, um welche Art von Zuordnung es sich handelt. Begründe deine Entscheidung.

a)

L1	L2	L5	1
15	85	-----	
25	75		
40	60		
70	30		
85	15		
90	10		
10	90		
L2(t)=15			

b)

L1	L2	L5	2
1	2.5	-----	
5	4.5		
12	8		
18	11		
19.5	11.75		
24.3	14.15		
32	18		
L2(t)=2.5			

c)

L1	L2	L5	2
1	2.5	-----	
5	4.5		
12	8		
18	11		
19.5	11.75		
24.3	14.15		
32	18		
L2(t)=2.5			

d)

L1	L2	L5	2
2	7.8	-----	
6.5	25.35		
15	58.5		
16.2	63.18		
21.7	84.63		
36	138.7		
41	159.9		
L2(t)=7.8			

e)

L1	L2	L5	1
2	120	-----	
6.2	38.71		
15	16		
16	15		
21.4	11.215		
36	6.6667		
54	4.4444		
L1(t)=2			

f)

L1	L2	L5	2
3	53.3333	-----	
9.5	16.842		
13	12.308		
16.8	9.5238		
22	8.2493		
39	4.1026		
78	2.5536		
L2(t)=53.33333333...			



**Aufgabe 7**

Eine 9 m lange und 3 m hohe Zimmerwand soll tapeziert werden. Je nach Art und Muster werden im Handel unterschiedliche Breiten angeboten.

Breite der Tapetenstreifen a in m	0,5	0,6	0,9	1	1,5
Anzahl der Streifen z					
Länge aller Tapetenstreifen c in m					

- a) Berechne die Werte in der Wertetabelle, die zu diesen Breiten passen.
- b) Untersuche die Zuordnungen auf Proportionalität und zeichne die Zuordnungen.
- c) Gib einen Term an, aus dem sich die zweite Größe aus der ersten berechnen lässt.
- d) Das Euro-Rollenmaß ist 0,53 m breit und 10,05 m lang. Berechne die Anzahl der Rollen, wenn man die Tapete nur an der Längsseite zusammensetzen darf.

**Aufgabe 8**

- a) Bart braucht für seinen 12 km langen Schulweg mit dem Fahrrad durchschnittlich 48 Minuten. Heute hat er durch einen Umweg eine Stunde benötigt. Wie lang war der Umweg? Schreibe eine Begründung dafür auf, dass der errechnete Umweg dem tatsächlichen vermutlich nicht entspricht!
- b) Zum Wochenende hat Bart mit seinen Eltern eine 90-minütige Radtour von 20 km Länge gemacht. Wie lange wäre er bei gleicher Geschwindigkeit auf 36 km unterwegs gewesen?
- c) Bart schafft 6 km in durchschnittlich 18 Minuten. Er hat für den Hinweg einer Radtour  $2\frac{1}{2}$  Stunden Zeit. Wie weit kann er fahren?

**Aufgabe 9**

**Hohn und Sport**

MADRID, 5. Juli (dpa/FR). José María Aznar (49) , spanischer Ministerpräsident und leidenschaftlicher Jogger, hat mit einer Bemerkung über seine sportlichen Leistungen am Freitag in der Presse seines Landes Spott geerntet. Bei der Vorstellung eines Buches erzählte der Regierungschef von einem Gespräch mit Georges W. Bush während des G-8-Gipfeltreffens in Kanada. Der US-Präsident habe damit geprahlt, dass er vier Kilometer in sechs Minuten und 24 Sekunden schaffe.

"Ich jogge zehn Kilometer in fünf Minuten und 20 Sekunden," antwortete Aznar. "Zumindest darin sind wir den Amerikanern überlegen," sagte er.

Frankfurter Rundschau vom 6.7.2002

Nimm Stellung zu diesem Zeitungsartikel und begründe deine Aussagen.

**Aufgabe 10**

Wenn du im Schwimmbad tauchst, merkst du, dass der Druck auf die Ohren zunimmt, je tiefer du kommst. Bei einem Experiment wurde ein Druckmesser im Meer herabgelassen und jeweils die Tiefe und der zugehörige Druck gemessen.

Tiefe (m)	Druck (bar)
0	1,01
10	1,11
20	1,21
30	1,31
40	1,41
50	1,51
60	1,61



Abb.: Degenfisch

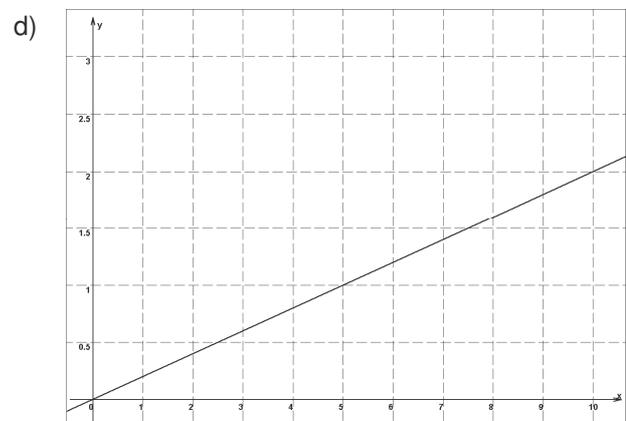
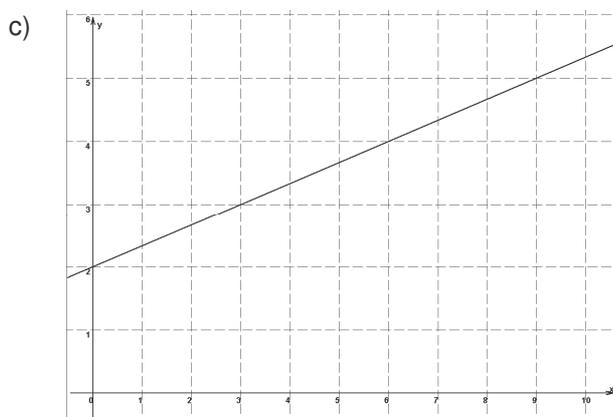
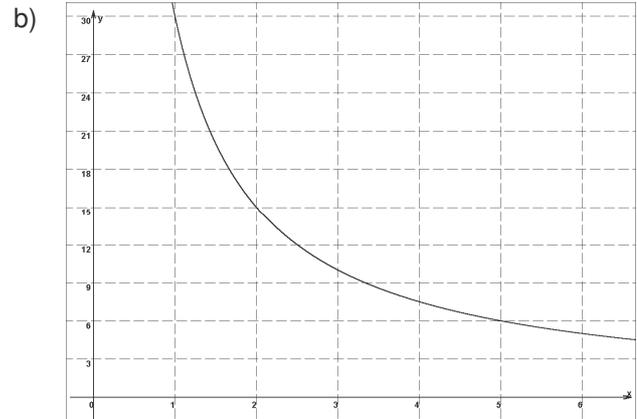
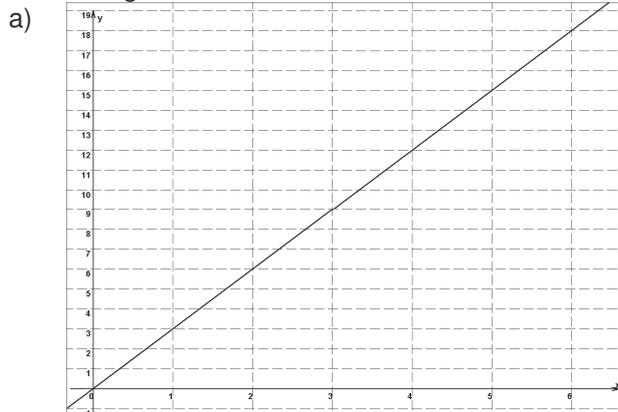
Wenn Du glaubst, dass es in großer Meerestiefe wegen des großen Drucks kein Leben mehr gibt, dann hast Du dich getäuscht.

- a) Übertrage die Messergebnisse in eine Datenmatrix in deinem Taschencomputer. Untersuche, ob der Druck proportional mit der Tiefe zunimmt. Beschreibe knapp dein Vorgehen und das Ergebnis deiner Untersuchung.
- b) Stelle den Graphen der Zuordnung Tiefe → Druck in deinem Taschencomputer dar.
- c) Notiere deine Einstellungen im "window" und beschreibe kurz den Graphen. Sollte man die Punkte mit einer "xy-Line" verbinden? Begründe kurz.
- d) Versuche, den Druck, der auf der Titanic lastet, die in 5447 m Tiefe liegt, zu berechnen. Begründe knapp.



**Aufgabe 11**

Gegeben sind vier Graphen. Gib begründet an, ob eine Proportionalität, eine Antiproportionalität oder etwas anderes vorliegt. Ermittle, gegebenenfalls mithilfe des Taschencomputers, jeweils eine Zuordnungsvorschrift.













#### Teilnehmerinnen und Teilnehmer, die an der Erstellung der Materialien beteiligt sind

Name	Vorname	Dienststelle
Borggreve	Peter	Gymnasium Syke
Breidert	Lutz	Gymnasium Himmelsthür
Dierks	Andreas	Gymnasium Himmelsthür
Glaser	Torsten	Niedersächsisches Kultusministerium
Hagen	Marten	Gymnasium Papenburg
Körner	Henning	Studienseminar für das Lehramt an Gymnasien Oldenburg
Kramer	Olaf	Gymnasium Syke
Kronabel	Edmund	Gymnasium Papenburg
Krüger	Ulf-Hermann	Gymnasium Syke
Lampe	Hans-Ulrich	Studienseminar für das Lehramt an Gymnasien Stadthagen
Pinkernell	Guido	Gymnasium Johanneum Lingen
Röhrkasten	Cornelia	Gymnasium Hankensbüttel
Schlichting	Folkert	Studienseminar für das Lehramt an Gymnasien Göttingen
Sperlich	Thomas	Studienseminar für das Lehramt an Gymnasien Hildesheim
Stenten-Langenbach	Hans-Dieter	Gymnasium Marianum Meppen
Stöber	Torsten	Gymnasium Johanneum Lüneburg
Suhr	Friedrich	Gymnasium Johanneum Lüneburg
Toth-Hohmann	Anja	Gymnasium Hankensbüttel
Vehling	Reimund	Studienseminar für das Lehramt an Gymnasien Hannover II
Weißmann	Karin	Gymnasium Hankensbüttel
Wierzyk	Barbara	Gymnasium Johanneum Lüneburg

# CALIMERO

Computer-Algebra im Mathematikunterricht: Entdecken, Rechnen, Organisieren

## METHODISCHE UND DIDAKTISCHE HANDREICHUNG - BAND 2

### Kontakt:



T<sup>3</sup> DEUTSCHLAND

[www.t3deutschland.de](http://www.t3deutschland.de)

### Kooperationspartner:



[education.ti.com/deutschland](http://education.ti.com/deutschland)



[www.calimero.com](http://www.calimero.com)

CL2008CALIMERO  
XX/SL/1E5/HX  
ISBN 978-3-934064-76-8